

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：電子組

科目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、令 quadratic form $Q = x^T Ax = 10$ ，其中 $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ ，

(一) Q 為那一種圓錐曲線？(2分)

(二)求 Q 的正交主軸轉換矩陣 (Orthogonal Principal Axes Transformation Matrix)。(8分)

二、求解 $y'' - 2y' - 8y = 10e^{-x} + 8e^{2x}$; $y(0) = 1, y'(0) = 4$ ，其中 $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ ， $y'' \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$ 。(15分)

三、求 $1+i$ 的四次方根。(10分)

四、兩連續隨機變數 X, Y 之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2cx, & 0 \leq x \leq 2, |y| \leq x^2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 求}$$

(一) $c = ?$ (5分)

(二) X 之邊際機率密度函數 (Marginal probability density function) $f_X(x) = ?$ (5分)

(三) Y 之邊際機率密度函數 (Marginal probability density function) $f_Y(y) = ?$ (5分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6308

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 假設 $z(x,y) = 3000 - x^2 - 9y^2$ 是一座山距離海平面的高度，試問在點 $P(4, 1)$ 的位置，往那一個方向具有最陡峭的高度變化？

(A) $[-1, -2.25]$

(B) $[-1, 2.25]$

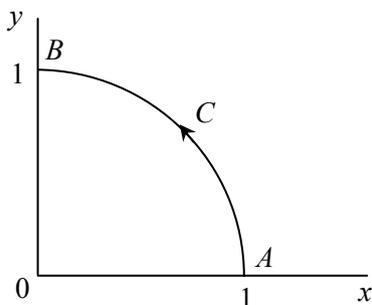
(C) $[-8, 18]$

(D) $[8, 18]$

2 若 F, G, H 為向量， α 為純量，有關外積（Cross Product）的性質，何者錯誤？

- (A) $F \times G = G \times F$ (B) $F \times G$ 與 G, F 均正交 (Orthogonal)
(C) $F \times (G + H) = F \times G + F \times H$ (D) $\alpha(G \times H) = (\alpha G) \times H$

3 $F = [-y, -xy]$ ， C 為下圖所示從 A 至 B 的圓弧，其線積分 $\int_C F \cdot dr = \frac{\pi}{a} + \frac{1}{b}$ ，則下列何者屬實？



- (A) $a + b = 1$ (B) $a + b = 7$
(C) $a + b = -1$ (D) $a + b = -7$

4 若 $\vec{F} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$ ，計算 $\nabla \cdot \vec{F}$ 與 $\nabla \times \vec{F}$ 各為何？

- (A) $\nabla \cdot \vec{F} = 8, \nabla \times \vec{F} = \vec{k}$ (B) $\nabla \cdot \vec{F} = 8, \nabla \times \vec{F} = \vec{0}$
(C) $\nabla \cdot \vec{F} = 3, \nabla \times \vec{F} = \vec{k}$ (D) $\nabla \cdot \vec{F} = 3, \nabla \times \vec{F} = \vec{0}$

5 對於矩陣特徵問題 $AX = \lambda X$ ，得到特徵值 λ 為實數的充分條件為何？

- (A) A 是對稱 (symmetric) 矩陣 (B) A 是正交 (orthogonal) 矩陣
(C) A 是 Hermitian 矩陣 (D) A 是 Skew-Hermitian 矩陣

6 令 $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}$ 及 $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 9 \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$ ，求跡數 (trace) $\text{tr}(AB) = ?$

- (A) 290 (B) 284
(C) 280 (D) 286

7 下列何者 $T: R^2 \rightarrow R^2$ 為線性轉換函式？

- (A) $T(x, y) = (x + y, 3y)$ (B) $T(x, y) = (2x - 1, 3y + 1)$
(C) $T(x, y) = (x^2, 3y + 2)$ (D) $T(x, y) = (2, 3)$

- 8 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ ，則 $A^3 - 8A^2 + 15A$ 為何？
 (A) 0 (B) A (C) $3A$ (D) $5A$
- 9 下列選項何者為 $e^z = 1 + i\sqrt{3}$ 的一解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）
 (A) $z = 1 + i(1/3)\pi$ (B) $z = 1 + i(1/6)\pi$
 (C) $z = \ln(2) + i(4/3)\pi$ (D) $z = \ln(2) + i(7/3)\pi$
- 10 令 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ 為一複數冪級數（complex power series），且已知其在 $z = 3 + 4i$ 時為收斂，則下列敘述何者為正確？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）
 (A) 對所有實部小於 3 的複數 z ，此複數冪級數為收斂
 (B) 對所有虛部小於 4 的複數 z ，此複數冪級數為收斂
 (C) 對所有 $|z| < 5$ 的複數 z ，此複數冪級數為收斂
 (D) 對所有 $|z| \leq 5$ 的複數 z ，此複數冪級數為收斂
- 11 求 $\frac{x-2}{x^2+4x+5}$ 對中心點 $x_0 = -2$ 的泰勒展開級數（Taylor expansion series）的收斂半徑？
 (A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{5}$ (D) ∞
- 12 $x^2 y' + y^2 = xy$ ，則 $y = ?$
 (A) $\frac{x}{\ln x} + C$ (B) $\frac{\ln x}{x} + C$
 (C) $\frac{\ln x + C}{x}$ (D) $\frac{x}{\ln x + C}$
- 13 求解 $\frac{dy}{dx} = 6e^{3x} y^2$ ， $y(0) = 1$
 (A) $y = \frac{-1}{2 - 3e^{3x}}$ (B) $y = \frac{1}{3 - 2e^{3x}}$
 (C) $y = \frac{1}{3 - 2e^{2x}}$ (D) $y = \frac{-1}{2 - 3e^{2x}}$
- 14 若函數 $\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin 2w}{w}$ 為 $f(t)$ 之傅立葉轉換，下列何者正確？
 (A) $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{當 } -2 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ (B) $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{當 } 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
 (C) $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{當 } 0 < x < 2 \\ -1, & \text{其他} \end{cases}$ (D) $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{當 } -2 < x < 2 \\ -1, & \text{其他} \end{cases}$

15 定義 $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ，極座標轉換 $x = r \cos \theta$ ， $y = r \sin \theta$ ，則下列何者正確？

(A) $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$

(B) $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$

(C) $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$

(D) $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$

16 下列何者不可能是 $x^2 y'' + Axy' + By = 0$ 的解？其中 A 和 B 為常數。

(A) $x^2 \cos(3 \ln(x))$

(B) $x^3 \ln(2x)$

(C) $e^2 + x$

(D) e^{2x}

17 下列何者之拉普拉斯轉換 (Laplace transform) 不存在？

(A) e^{3t}

(B) $\frac{1}{t}$

(C) e^{88}

(D) $\cos t$

18 假設 X 為連續型隨機變數，具有機率密度函數 (probability density function) $f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$ ，

試求 $Y = 8X^3$ 在 $0 < y < 8$ 之機率密度函數 $f_Y(y)$ 為何？

(A) $\frac{1}{8} y^{-1/4}$

(B) $\frac{1}{6} y^{-1/3}$

(C) $\frac{1}{4} y^{-1/2}$

(D) $\frac{1}{2} y^{-1}$

19 有 200 位成人中其性別和教育程度的情形如下：

教育程度	男性	女性
國小	38	45
中學	28	50
大學	22	17

假設從這 200 位成人中隨機挑選 1 人，已知此人是女性，請問此人沒有大學教育程度的機率為何？

(A) $17/200$

(B) $17/112$

(C) $95/112$

(D) $95/200$

20 假設兩個隨機變數 X 和 Y 的結合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 24xy, & \text{當 } 0 < x < 1, 0 < y < 1, x+y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 試問 } P(X \geq 0.5) = ?$$

(A) $5/16$

(B) $3/5$

(C) $2/3$

(D) $1/8$

測驗式試題標準答案

考試名稱：103年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試

類科名稱：電子組(選試英文)

科目名稱：工程數學(試題代號：6308)

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	A	A	D	C	D	A	C	D	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	B	D	B	A	A	D	B	B	C	A

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：