

代號：34270  
34370  
頁次：4-1

# 103 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試  
類 科：電力工程、電子工程  
科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

## 甲、申論題部分：（50 分）

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。  
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、令一矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ，求  $e^A = ?$ （15 分）

二、請用拉氏轉換（Laplace transform）解  $y'' + y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ ，其中  $\delta(t)$  為單位脈衝函數（unit impulse function）。（10 分）

三、試求  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x-2)(x^2+4)} dx$  之值。（10 分）

四、試應用留數定理（Residue Theorem）計算下列積分  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+2x+2} dx$ 。（15 分）

## 乙、測驗題部分：（50 分）

代號：7342

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。  
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 橢圓  $x^2 + 4y^2 = 16$  在點  $P:(2\sqrt{2}, \sqrt{2})$  的單位切線為何？

- (A)  $x + 2y = 4\sqrt{2}$  (B)  $x + 2y = 5\sqrt{2}$   
(C)  $2x + y = 4\sqrt{2}$  (D)  $2x + y = 5\sqrt{2}$

2 設  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$  均為可微分（differentiable）向量函數，則有關它們的散度（divergence）與旋度（curl）的等式，下列何者錯誤？

- (A)  $\text{div}(\text{curl } \mathbf{v}) = 0$   
(B)  $\text{div}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{u} \cdot \text{curl } \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \text{curl } \mathbf{u}$   
(C)  $\text{curl}(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \text{curl } \mathbf{u} + \text{curl } \mathbf{v}$   
(D)  $\text{curl}(c\mathbf{v}) = c \text{curl}(\mathbf{v})$ （註： $c$  為一常數）

- 3 令  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  為三向量，則下列有關其內積 (inner product) 與外積 (cross product) 的敘述何者錯誤？
- (A)  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{a}$  (B)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$
- (C)  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$  (D)  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$
- 4 圓錐曲面  $\phi(x, y, z) = z - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$ ， $x, y$  不全為 0，在此圓錐曲面的  $(1, 1, \sqrt{2})$  位置的相切平面為何？
- (A)  $x + y + \sqrt{2}z = 0$  (B)  $x + y - \sqrt{2}z = 0$
- (C)  $-3x + y + \sqrt{2}z = 0$  (D)  $x - 3y + \sqrt{2}z = 0$
- 5 一矩陣  $M = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，下列何者錯誤？
- (A)  $M$  不可對角化
- (B) 其特徵多項式有重根
- (C) 該矩陣有三個線性獨立 (linear independent) 的特徵向量 (eigenvectors)
- (D) 存在可逆矩陣  $Q$ ，使得  $Q^{-1}MQ = D$ ， $M$  與  $D$  為相似矩陣 (similar matrices)
- 6 令  $A$  和  $B$  皆為  $n \times n$  矩陣，且  $B$  為可逆，則方陣跡數  $\text{Trace}(B^{-1}AB) = ?$
- (A)  $\text{Trace}(A)$  (B)  $\text{Trace}(B^{-1}) \cdot \text{Trace}(A) \cdot \text{Trace}(B)$
- (C)  $\text{Trace}(B^{-1}) + \text{Trace}(A) + \text{Trace}(B)$  (D)  $n + \text{Trace}(A)$
- 7 下列那一個向量不在矩陣  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  的列空間 (row space) 中？
- (A)  $(1, 1, 4)$  (B)  $(2, 2, 8)$  (C)  $(2, 1, 9)$  (D)  $(3, 4, 2)$

8 令矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ ，試求  $A^3 - 11A^2 + 3A + 25I$ ，其中  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ？

(A)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 \\ 6 & 3 & 8 \end{bmatrix}$

9 下列選項何者為  $e^z$  於  $z=i$  之泰勒展開式：

(A)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (z-i)^n$

(B)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} (z-i)^n$

(C)  $\sum_{n=0}^{\infty} e^i \frac{1}{n!} (z-i)^n$

(D)  $\sum_{n=0}^{\infty} e^i \frac{1}{n!} (z-i)^{n+1}$

10 假設  $C$  為沿著逆時針方向繞圓周  $|z|=1$ ，試求積分  $\int_C \frac{\exp(2z)}{z^4} dz$  為何？

(A)  $\frac{4\pi i}{3}$

(B)  $\frac{8\pi i}{3}$

(C) 0

(D)  $\frac{2\pi i}{3}$

11 設複數  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，則  $z^{31}$  之值為何？

(A) 1

(B)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}$

(C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$

(D)  $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

12 求  $\frac{2s-1}{s^2(s-1)^2}$  之反拉氏轉換為下列何者？

(A)  $2t + 2te^t$

(B)  $-2t + te^{-t}$

(C)  $-2t - 2te^t$

(D)  $-t + te^t$

13 函數  $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$  的傅立葉轉換 (Fourier transform) 為  $F(\omega)$ ，下列那一個函數的傅立葉轉換為  $|F(\omega)|^2$ ？

(A)  $g(t) = \begin{cases} 1-|t|, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$

(B)  $g(t) = \begin{cases} 2-|t|, & |t| < 2 \\ 0, & |t| \geq 2 \end{cases}$

(C)  $g(t) = \begin{cases} 1-|t|, & |t| < 2 \\ 0, & |t| \geq 2 \end{cases}$

(D)  $g(t) = \begin{cases} 2-|t|, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$

- 14  $y'' + 2y' + y = x^2 e^{-x}$ ,  $y(0) = 1, y'(0) = 0$ , 則  $y(1) = ?$
- (A)  $\frac{25}{12e}$  (B) 2 (C) 4 (D)  $\frac{2}{e}$
- 15 請求出  $d[\ln(x/y)]$  之解為下列何者？
- (A)  $\frac{xdy - ydx}{x^2}$  (B)  $\frac{ydx - xdy}{y^2}$   
(C)  $\frac{xdy - ydx}{xy}$  (D)  $\frac{ydx - xdy}{xy}$
- 16 下列何者是級數  $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{9^m} x^{2m}$  的收斂半徑 (radius of convergence)  $R$  ?
- (A)  $R = 9$  (B)  $R = 3$  (C)  $R = \frac{1}{9}$  (D)  $R = \frac{1}{3}$
- 17 下列那一個微分方程式的通解 (general solution) 為  $y = e^{2x}(c_1 \sin(\sqrt{3}x) + c_2 \cos(\sqrt{3}x))$  ? 其中  $c_1$  和  $c_2$  為任意常數。
- (A)  $y'' + y' + 7y = 0$  (B)  $y'' + 4y' + 7y = 0$   
(C)  $y'' - 4y' + 7y = 0$  (D)  $4y'' - 16y' + 13y = 0$
- 18 給定一個連續隨機變數  $X$ , 其機率密度函數為  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} e^{-x/6}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ , 則變異數 (variance)  $\sigma_x^2$  為何？
- (A) 1/6 (B) 6 (C) 12 (D) 36
- 19 離散隨機變數  $X$  與  $Y$  之結合機率質量函數 (joint probability mass function) 為  $p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{36}(x+y), & \text{if } x=1,2,3, y=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ , 試求  $P(X+Y \leq 3)$  ?
- (A) 1/9 (B) 2/9 (C) 4/9 (D) 5/9
- 20 10 顆完全一樣的球分別標示為  $0, 1, 2, \dots, 9$  並放置於一容器中, 隨機從容器中取出一顆球並記下其標示之號碼, 該號碼為奇數或 3 的倍數或小於 5 之機率為何？
- (A)  $\frac{6}{10}$  (B)  $\frac{7}{10}$  (C)  $\frac{8}{10}$  (D)  $\frac{9}{10}$

# 測驗式試題標準答案

考試名稱：103年特種考試地方政府公務人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：7342）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	B	A	B	C	A	D	A	C	B

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	D	D	B	A	D	B	C	D	B	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：