

等 別：四等考試  
類 科：經建行政、交通技術  
科 目：統計學概要  
考試時間：1小時30分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、令  $S$  表示一隨機實驗之樣本空間，設  $S = \bigcup_{i=1}^5 A_i$ ，其中  $A_i \cap A_j = \phi$ ， $i \neq j$ 。A 為一事件，且

$$P(A_j) = \frac{j}{15}, P(A|A_j) = \frac{5-j}{15}, j=1, \dots, 5。$$

(一)試求  $P(A_j|A)$ ， $j=1, \dots, 5$ 。(15分)

(二)1. 在題(一)中你使用了那個定理？(4分)

2. 請敘述此定理的內容。(6分)

二、令  $\{X_i\}_1^n$  為一組由卜瓦松  $P(\lambda)$  母體所抽出之隨機樣本，令  $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  表示樣本平均數：

(一)當樣本大小  $n \geq 30$  且固定，試寫出  $\bar{X}_n$  之漸近分配，需說明理由及註明分配名稱與參數。(10分)

(二)設參數  $\lambda$  未知，試求  $\lambda$  之最大概似估計式，記為  $\hat{\lambda}$ 。(10分)

三、給下列  $\{(x_i, y_i)\}_1^7$  成對資料：

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7
$y_i$	3	5	8	10	10	12	15

設此一資料來自一簡單線性迴歸模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ， $\varepsilon_i \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, \sigma^2)$ ， $i=1, 2, \dots, 7$ 。

(一)試說明：

1.  $\beta_1$  之含意。(5分)

2. 誤差  $\varepsilon_i$  被假設為常態之合理性。(5分)

(二)1. 以最小平方估計法 (LSE) 計算此資料樣本迴歸線  $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 x_i$ 。(10分)

2. 以  $\alpha \in (0, 1)$  為顯著水準，如何檢定此迴歸線是否顯著？(10分)

(請接背面)

等 別：四等考試  
類 科：經建行政、交通技術  
科 目：統計學概要

四、設  $X_1, X_2, \dots, X_9$ ，為一組來自常態  $N(\mu_1, 5^2)$  母體之隨機樣本， $Y_1, Y_2, \dots, Y_{16}$  為另一組來自常態  $N(\mu_2, 6^2)$  母體之隨機樣本， $X_i$  與  $Y_j$  之間獨立。設：

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^9 X_i}{9}, \quad \bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^{16} Y_j}{16}$$

(一) 試寫出  $\bar{X} - \bar{Y}$  之抽樣分配。(10分)

(二) 若由此兩個母體分別抽出之特定樣本得  $\bar{x} = 64$ ， $\bar{y} = 59$ ，利用題(一)之結果：

1. 求  $\mu_1 - \mu_2$  之 90% 信賴區間。(8分)

2. 並解釋其意義。(2分)

(已知  $Z \sim N(0, 1)$ ， $P(|Z| < 1.96) = 0.95$ ， $P(|Z| < 1.645) = 0.9$ )

(三) 依據題(二)之結果，可否作  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  vs.  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  之檢定？需說明理由。(5分)