

類 科：統計

科 目：統計學概要

考試時間：1小時30分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

本試題可能使用之參考值如下：

$$z_{0.05} = 1.645, \quad z_{0.1} = 1.28, \quad \chi_{1,0.05}^2 = 3.84, \quad \chi_{2,0.05}^2 = 5.99, \quad \chi_{3,0.05}^2 = 7.81$$

一、統計學班上共 100 名學生，老師宣布期中考之平均分數 75 分，標準差 10 分。

(一)若成績不是常態分配，試問介於 55 分至 95 分的同學至少幾人？(5 分)

(二)若成績不是常態分配，試問高於 95 分的同學至多幾人？(5 分)

(三)若成績之分配為左偏，你的分數 75 分，試問多數同學的分數比你的高或低？為什麼？(5 分)

(四)從全班學生中以抽後不放回的方式隨機抽取 30 名，令 X 代表其平均成績，試求隨機變數 X 的變異數。(5 分)二、隨機變數 X 之機率密度函數為 $f(x) = ce^{-(x+2)}$ ， $x \geq -2$ 。令 x_0 代表該機率分配的中位數。令 Bernoulli(p) 代表成功機率為 p 之伯努利分配。假設隨機變數 Y 在給定 X 之下的條件機率分配為：

$$Y \text{ 服從 } \begin{cases} \text{Bern}(0.8) & \text{若 } X \geq x_0 \\ \text{Bern}(0.6) & \text{若 } X < x_0 \end{cases}。$$

(一)試求 c 。(5 分)(二)試求 X 的期望值。(5 分)(三)試求 X 的中位數。(5 分)(四)試求 Y 的邊際機率分配。(5 分)(五)試求 X 與 Y 的共變異數 (covariance)。(5 分)

三、櫻花村於過去 40 個月內發生交通事故的資料如下：

交通事故次數	0	1	2	3	4	>4
月份個數	10	15	11	3	1	0

(一)試估計平均每個月發生的交通事故次數。(4 分)

(二)在顯著水準 $\alpha = 5\%$ 之下，檢定平均每個月發生的交通事故次數是否服從卜瓦松 (Poisson) 分配。(16 分)

(請接背面)

類 科：統計
科 目：統計學概要

- 四、一盒中有四顆彈珠，其中 θ 顆為紅色， $4-\theta$ 顆為白色。王小明想檢定 $H_0:\theta=2$ vs. $H_1:\theta\neq 2$ 。王小明的檢定方法是先以抽後放回的方式抽出兩顆彈珠；其次，若抽出的兩顆同色，就拒絕 H_0 ，而若抽出的兩顆為不同色，就不拒絕 H_0 。
- (一)試求該檢定方法的型一誤差 (Type I error probability)。(5分)
- (二)試求該檢定方法在 $\theta=1$ 時的型二誤差 (Type II error probability)。(5分)
- (三)若王小明以抽後放回的方式抽 100 次，結果 60 次為紅色，40 次為白色。在顯著水準 $\alpha=10\%$ 之下，檢定 $H_0:\theta=2$ vs. $H_1:\theta\neq 2$ 。(10分)

五、某餐廳過去 8 年之年營業額 (萬元) 如下：

年	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
營業額	36	40	42	45	46	49	54	56

- (一)試以迴歸模型估算此時間數列的線性趨勢。(12分)
- (二)試以(一)估算所得之線性趨勢預測 2014 年的營業額。(3分)