104年特種考試地方政府公務人員考試試題　代號：32860　全一頁

等　別：三等考試
類　科：交通行政
科　目：運輸經濟學
考試時間：2小時　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：(一)禁止使用電子計算器。
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、羅吉特模式是最常被應用於模化或分析旅運行為的模式，其常見模式類型包括多項羅吉特模式（Multinomial Logit Model, MNL）、巢式羅吉特模式（Nested Logit Model, NL）、混合羅吉特模式（Mixed Logit Model, MXL），以及潛在類別羅吉特模式（Latent Class Logit Model, LCM）等。試列述此四種模式之假設前提及模式特性。（25分）

二、假設一個 Cobb-Douglas 生產函數為：$Q=2L^{0.5}K^{0.4}$，其中，Q 為產量、L 為勞工、K 為資本。試推導其：
(一)成本函數。（10分）
(二)要素需求函數。（5分）
(三)規模經濟特性。（5分）
(四)勞工及資本成本比例。（5分）
註：為節省計算時間，推導過程中各數學式中之指數及分數可不必化簡。

三、假設有兩家航空公司提供雙占市場的服務航線，其市場需求反函數為：$P=a-b(q_1+q_2)$、兩家公司的成本函數為：$C_1=cq_1+d$ 及 $C_2=cq_2+d$。其中，P 為價格，q_1 及 q_2 分別為兩家公司的產出，a、b、c、d 為參數。試以 q_1 及 q_2 為軸，繪製在庫諾那許（Cournot-Nash）、史泰克堡（Stackelberg），以及勾結（Collusion）情形下之均衡解位置。（25分）

四、臺北市政府目前對市區公車業者及乘客所實施之補貼/補助政策，包括票差補貼、法定優待票補貼、車輛汰舊換新補助、捷運公車雙向轉乘補貼，以及虧損補貼等。試分析各項政策對公共運輸市場供需之影響。（25分）

❑ 申論題解答

一、【擬答】

㈠多項羅吉特模式（Multinomial Logit Model, MNL）：

多項羅吉特模式（multinominal Logit model, MNL）係假設無法觀測的隨機誤差項，為獨立且相同（independent and identical distribution, IID）之岡伯分配（Gumbel distribution），經推導後得多項羅吉特模式（Ben-Akiva and Lerman, 1985）。其選擇機率 P(k)如下：

$$P(k)=\frac{e^{v_k}}{\Sigma_m e^{v_m}} \qquad (1)$$

$$v_m=\Sigma_h a_{mh} x_{mh} \qquad (2)$$

式中 P(k)：選擇運具 k 之機率

v_m：運具 m 的非隨機效用函數

x_{mh}：運具 m 的第 h 種屬性變數

a_{mh}：運具 m 的第 h 種屬性效用函數係數

由上式可知，多項羅吉特模式假設誤差項獨立且一致，導致多項羅吉特模式具有不相關替選方案的獨立性（independence of irrelevant alternative, IIA），即兩替選方案選擇機率之比值，僅與兩方案的效用有關，而與其他的替選方案之效用無關。此特性的優點，為當有新的替選方案可供選擇時，不需重新校估效用函數之參數值，當替選方案數目很多時，可抽取全部替選方案中之部分替選方案來校估模式即可。至於其最大缺點為假設各替選方案間完全獨立，若實際情況不符合此假設條件，則會造成錯誤估計及估計上之誤差。

為了解決 IIA 特性的問題，因而發展出其他的模式。

㈡巢式羅吉特模式（Nested Logit Model, NL）：

巢式羅吉特模式（nested Logit model）最早是由 Ben Akiva（1974）所提出，主要目的是為了解決替選方案間存在相關性的問題。模式中將具有相關性的替選方案置於同一獨立之巢層中，並利用包容值（inclusive value）代表這些方案的共同效用，再與其他獨立之替選方案建構模式，以達到各方案間相互獨立的效果。

巢式羅吉特模式有兩派不同的理論架構，一個是 McFadden（1978）所提出的效用最大化巢式羅吉特模式（utility maximizing nested Logit model, UMNL），是由 GEV 模式所推導而來，故滿足效用最大理論。另一派為 Daly（1987）提出非標準化巢式羅吉特模式（non-normalized nested Logit model, NNNL）。兩派除了在包容值與條件機率的指定有些微差異外，其他幾乎完全相同，且兩種架構只有在所有的包容值參數皆相等才會相等。由於 NNNL 並未滿足效用最大理論，因此，一般仍採用 McFadden 之巢式羅吉特架構。

McFadden 的巢式羅吉特模式：

$$P_{n/m}=\frac{e^{V_n/\mu_m}}{\sum_{n'\in N_m} e^{\mu_m \Pi_{m'}}} \qquad (3)$$

$$P_m=\frac{e^{\mu_m \Pi_m}}{\sum_{m'=1}^{M} e^{\mu_m \Pi_{m'}}} \qquad (4)$$

式中　Π_m 為 m 巢層的包容值，$\Pi_m = \ln\sum_{n'\in N_m} e^{V_{n'}/\mu_m}$

μ_m 為 m 巢層的包容值參數

Daly 的巢式羅吉特模式：

$$P_{n/m} = \frac{e^{V_n}}{\sum_{n'\in N_m} e^{V_{n'}}} \qquad (5)$$

$$P_m = \frac{e^{\mu_m \Pi_m}}{\sum_{m'=1}^{M} e^{\mu_m \Pi_{m'}}} \qquad (6)$$

式中　Π_m 為 m 巢層的包容值，$\Pi_m = \ln\sum_{n'\in N_m} e^{V_{n'}}$

μ_m 為 m 巢層的包容值參數

兩個模式架構不同，校估效果也不同，在相同巢層架構下，兩種模式會得到不同的參數值及概似函數值。其中 μ 為尺度因子，當 $0<\mu\leq 1$ 時才會滿足效用最大理論；而當 $\mu=1$ 時，表示此巢層內各方案間並無相關，則巢式羅吉特模式可簡化成多項羅吉特模式。

㈢混合羅吉特模式（Nested Logit Model, MXL）：

McFadden and Train (2000)提出混合羅吉特模式（mixed Logit model, ML），此模式以異質群體（heterogeneous populations）的觀點，允許個體具有偏好變異，同時也解除了多項羅吉特模式中 IIA 的限制。Train（2003）認為混合羅吉特模式可探討顧客之喜好差異，具有不受限制之替代模式，以及允許誤差之跨時間相關。可知相對於 MNL 模式而言，混合羅吉特模式不受到 IIA 的限制，可以更貼近真實的選擇行為，且可以探討顧客的喜好差異，因此可提供更多關於顧客選擇行為的資訊。而 McFadden and Train（2000）指出，ML 模型由於機率型式為開放型態，故有不易校估的缺點。

混合羅吉特模式可採用任何隨機效用型態，因此使用上較多項羅吉特模式更有彈性，函數形式如下：

$$U_{ni} = V_{ni} + \varepsilon_{ni} = \Sigma_k \beta_{nk} x_{nik} + \varepsilon_{ni} \qquad (7)$$

式中　U_{ni}：決策者 n 選擇 i 方案之效用

V_{ni}：決策者 n 選擇 i 方案時，可衡量之效用部分

ε_{ni}：決策者 n 選擇 i 方案時，不可衡量之效用部分

β_{nk}：隨機變數

x_{nik}：方案與決策者特性有關之可觀測變數

混合羅吉特模式之選擇機率形式如下所示：

$$P_{ni} = \int L_{ni}(\beta) f(\beta)\, d\beta = \int L_{ni}(\beta) f(\beta|\theta)\, d\beta \qquad (8)$$

其中　$L_{ni}(\beta) = \dfrac{e^{V_{ni}(\beta)}}{\sum_{j=1}^{J} e^{V_{nj}(\beta)}} \qquad (9)$

在(8)式中，P_{ni} 為決策者 n 選擇方案 i 的機率；(9)式中，$L_{ni}(\beta)$為羅吉特模式的選擇機率。θ 為機率密度函數 $f(\beta)$之平均值、標準差或共變異數等（依分配特性而有差異）。機率函數中，若 β 為常數，即 $f(\beta)=1$，則模式可簡化為多項羅吉特模式，大多數研究通常將 $f(\beta)$設定為常態分配或對數常態分配(Revelt and Train, 1998)。

㈣潛在類別羅吉特模式（Latent Class Logit Model, LCM）：

潛在類別模式則是透過計算限制分群數下分群解釋力之最佳分群，故該模式在討論異質性時為較佳的方法。雖然使用上述㈢混合羅吉特分析可得知決策個體之異質性，但該方法無法提供隨機參數變數內不同分類之實質分群，而潛在類別模式則可以提供實際分群的資訊，使政策評估的面相得以更加細膩。因潛在類別模式可以做為一非透過外生變數作為分群依據，可以透過此方式了解市場特性。

二、【擬答】

㈠令勞工報酬 w，資本報酬 r，TC＝wL＋rK：

$$\text{Min } TC = wL + rK$$

$$\text{s.t. } Q = 2L^{0.5}K^{0.4}$$

$$\mathcal{L} = wL + rK + \lambda\,(Q - 2L^{0.5}K^{0.4})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \to w = 2\times 0.5\frac{K^{0.4}}{L^{0.5}} = \frac{K^{0.4}}{L^{0.5}} \quad ......①$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \to r = 2\times 0.4\frac{L^{0.5}}{K^{0.6}} = 0.8\frac{L^{0.5}}{K^{0.6}} \quad ......②$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \to Q = 2L^{0.5}K^{0.4} \quad ......③$$

由①②相除可得：

$$\frac{w}{r} = \frac{K}{0.8L} \to K = \frac{0.8wL}{r} \quad ......④；\quad L = \frac{rK}{0.8w} \quad ......⑤$$

將④代入③可得：

$$Q = 2L^{0.5}\left(\frac{0.8wL}{r}\right)^{0.4} = \left(\frac{w}{r}\right)^{0.4}\times 2\times(0.8)^{0.4}L^{0.9} \to L = \left[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}\times\left(\frac{r}{w}\right)^{0.4}Q\right]^{\frac{10}{9}} \quad ......⑥$$

將⑤代入③可得：

$$Q = 2\left(\frac{rK}{0.8w}\right)^{0.5}K^{0.4} = 2\times\left(\frac{r}{w}\right)^{0.5}\times\frac{K^{0.9}}{(0.8)^{0.5}} \to K = \left[\frac{1}{2}\times(0.8)^{0.5}\times\left(\frac{w}{r}\right)^{0.5}Q\right]^{\frac{10}{9}} \quad ......⑦$$

將⑥⑦代回 TC＝wL＋rK 可得：

$$TC = w\times\left[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}\times\left(\frac{r}{w}\right)^{0.4}Q\right]^{\frac{10}{9}} + r\times\left[\frac{1}{2}\times(0.8)^{0.5}\times\left(\frac{w}{r}\right)^{0.5}Q\right]^{\frac{10}{9}}$$

$$= \left[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}\right]^{\frac{10}{9}}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{10}{9}} + \left[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}\right]^{\frac{10}{9}}\times w^{\frac{5}{9}}r^{\frac{4}{9}}Q^{\frac{10}{9}}$$

$$= \left\{\left[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}\right]^{\frac{10}{9}} + \left[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}\right]^{\frac{10}{9}}\right\}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{10}{9}}$$

(二)要素需求函數：

$$L=[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}\times(\frac{r}{w})^{0.4}Q]^{\frac{10}{9}}$$

$$K=[\frac{1}{2}\times(0.8)^{0.5}\times(\frac{w}{r})^{0.5}Q]^{\frac{10}{9}}$$

(三) $TC=\{[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}]^{\frac{10}{9}}+[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}]^{\frac{10}{9}}\}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{10}{9}}$

$$AC=\frac{TC}{Q}=\{[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}]^{\frac{10}{9}}+[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}]^{\frac{10}{9}}\}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{1}{9}}$$

$$MC=\frac{\partial TC}{\partial Q}=\frac{10}{9}\times\{[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}]^{\frac{10}{9}}+[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}]^{\frac{10}{9}}\}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{MC}{AC}=\frac{10}{9}$$

$SE=1-\frac{MC}{AC}=1-\frac{10}{9}=-\frac{1}{9}<0\rightarrow$為規模不經濟

(四)勞工成本與資本成本比例：

勞工成本 $=wL=[\frac{1}{2\times(0.8)^{0.4}}]^{\frac{10}{9}}\times r^{\frac{4}{9}}w^{\frac{5}{9}}Q^{\frac{10}{9}}$ ......⑧

資本成本 $=rK=[\frac{(0.8)^{0.5}}{2}]^{\frac{10}{9}}\times w^{\frac{5}{9}}r^{\frac{4}{9}}Q^{\frac{10}{9}}$ ......⑨

⑧⑨相除可得：

$$\frac{wL}{rK}=\frac{1}{0.8}=1.25$$

三、【擬答】

(一) Cournot 解：

$\text{Max}\quad \pi_1=TR-TC=[a-b(q_1+q_2)]q_1-(cq_1+d)$

$\frac{\partial\pi_1}{\partial q_1}=0\rightarrow a-2bq_1-bq_2=c$...... ①

$\text{Max}\quad \pi_2=TR-TC=[a-b(q_1+q_2)]q_2-(cq_2+d)$

$\frac{\partial\pi_2}{\partial q_2}=0\rightarrow a-bq_1-2bq_2=c$...... ②

①②聯立解得：

$$q_1=q_2=\frac{a-c}{3b}$$

(二) Stackelberg 解（假定廠商 1 為 leader，廠商 2 為 follower）：

解 follower 反應函數：

Max　$\pi_2 = TR - TC = [a - b(q_1 + q_2)]q_2 - (cq_2 + d)$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0 \rightarrow a - bq_1 - 2bq_2 = c \rightarrow q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b} \text{......③}$$

將③代入 π_1 ：

$$\text{Max}\quad \pi_1 = TR - TC = [a - b(q_1 + \frac{a - bq_1 - c}{2b})]q_1 - (cq_1 + d)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \rightarrow a - 2bq_1 - \frac{a}{2} + bq_1 + \frac{c}{2} = c \rightarrow q_1 = \frac{a - c}{2b}\text{ ；} q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

㈢ Collusion 解（令 $Q = q_1 + q_2$ ）：

Max　$\pi = \pi_1 + \pi_2$

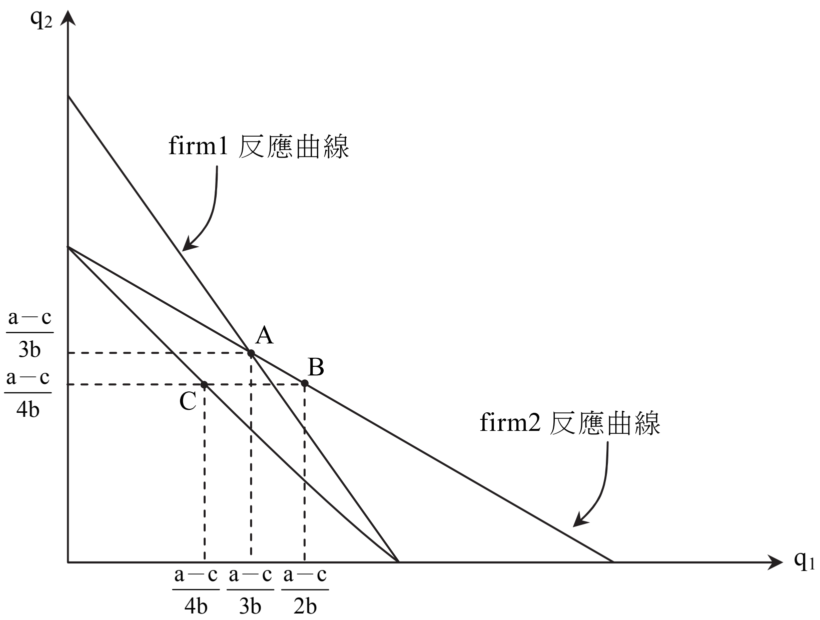
$$= [a - b(q_1 + q_2)](q_1 + q_2) - cq_1 - d - cq_2 - d$$

$$= (a - bQ)Q - c(q_1 + q_2) - 2d$$

$$= aQ - bQ^2 - cQ - 2d$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 0 \rightarrow a - c = 2bQ \rightarrow Q = \frac{a - c}{2b} \rightarrow q_1 = q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

㈣



其中 Cournot 解為 A 點，Stackelberg 解為 B 點，Collusion 解為 C 點。

四、【擬答】

㈠票差補貼，是為政府補貼給公車業者運價跟票價的差距，一般而言，當運價越高，公車票價也應該越高，但越高的票價也會使一般乘客使用公共運輸的意願下降，是以現在臺北市市區公車的票價皆低於運價（全票 15 元，但運價高出 15 元）。而票差補貼之政策，將使一般大眾可以用較低的價格使用公共運輸工具，是以市場需求增

加。

㈡法定優待票補貼，為政府對軍警、老人及孩童等特定族群的優待，而此對供需的影響與票差補貼類似，都將會使公共運輸需求增加，只是對象改為軍警、老人及孩童等特定族群。

㈢當有車輛汰舊換新補助時，或許將可刺激公車業者將舊車換成新車。就供給數量上而言也許公車的總數量不變，但新的公車或許因為性能較佳、搭乘更舒適、環境汙染較少等優點，而吸引更多的民眾搭乘。換句話說，即便供給面沒有顯著的變動，應該也可增加民眾公共運輸的需求。

㈣捷運公車雙向轉乘補貼，此為政府為了刺激民眾多利用公共運輸之政策，也就是在搭乘公車或捷運後的某段時間內，若改搭捷運或公車，此時若用悠遊卡將可得到減免費用的優惠，而此因為有低價搭乘之誘因，因此將可造成民眾對公共運輸的需求增加（不管是搭公車轉捷運，或是搭捷運轉公車）。

㈤虧損補貼，此是為政府對公車營運虧損的補助。倘若沒有虧損補貼，在長期虧損下，公車的供給必然減少退出市場，而在有虧損補貼的情況下，公車營運較無後顧之憂（虧損時有政府在背後買單），如此公共運輸的供給將不會減少，甚至有可能增加。