

類 科：環境工程

科 目：流體力學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

基本常數與公式：

液態水密度：1000 kg / m³

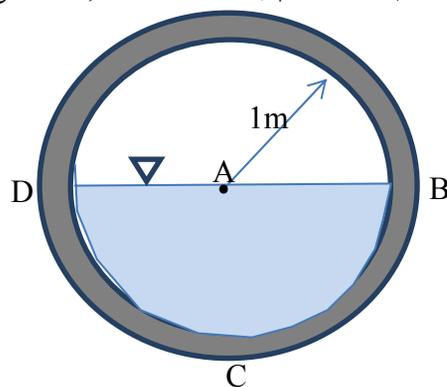
Navier - Stokes 方程式如下：

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{\partial v}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial z}$$

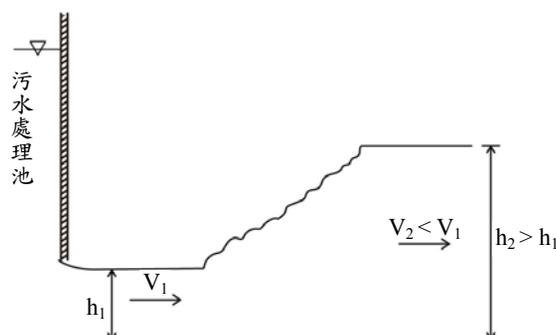
$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{\partial \omega}{\partial x} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z}$$

- 一、有一工廠生產過程產生之污水，經由地下涵管（直徑 2 m）導入該廠的污水處理廠處理污水。但是該地下涵管在埋設過程時僅有 $\frac{3}{4}$ 圓周確實埋入土壤中，有 $\frac{1}{4}$ 圓周因施工不當未填土壤造成裸空，涵管橫截面如圖一所示，即 BC 段圓弧未確實回填造成裸空情形，且該裸空長度達 1 m。今若該地下涵管內的污水為半滿且靜止（設污水的密度為 $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$ ），試分析 BC 部分段面受污水作用力的大小、方向及作用點。（20 分）



圖一

- 二、已知一座污水處理廠將處理過後的污水放流，經由放流口排放入放流渠道，由於放流口的污水以較高的流出速度 V_1 流入放流渠道，水深為 h_1 。經由一水躍行為之後，在下游放流渠道呈現低流速 V_2 ，且低能量的情形，此時水深為 h_2 （如圖二所示）。若段面 1 及 2 的壓力可以視為靜水壓力（hydrostatics），且若放流水在放流渠道間流動之摩擦損失可以忽略，並假設放流渠道寬度非常寬，試求 h_2 及 V_2 ，以 V_1 及 h_1 表示之。（20 分）



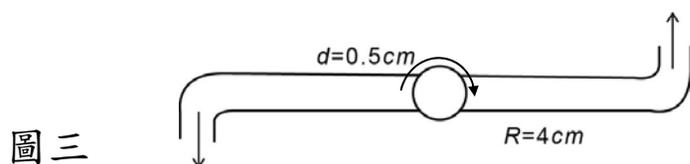
圖二

(請接背面)

類 科：環境工程
科 目：流體力學

三、設一製程中，需要在產品表面噴上一層油，故採用一旋轉噴灑設施如圖三所示，其中管徑 $d=0.5\text{ cm}$ ，支臂長 $R=4\text{ cm}$ 。倘若該油的流量為 5.0 L/min ，由噴灑設施的轉軸底部管路進入，經由兩側支臂流出。若該油的密度為 881 kg/m^3 ，試求：
(每小題 10 分，共 20 分)

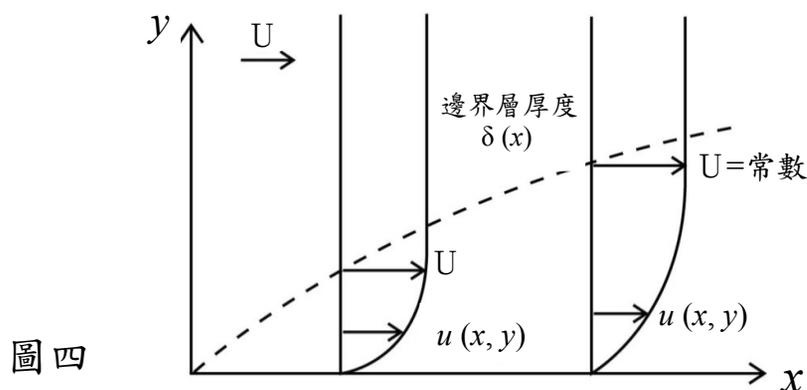
- (一) 可以完全阻擋此設施旋轉的阻擋力矩。
(二) 若無阻擋力矩下，此設施的旋轉速率 (rev/min)。



圖三

四、污水流經一片固定薄板，並在此薄板上產生二維不可壓縮流況的層流，邊界層如圖四所示，其中 $u = U \left(\frac{2y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \right)$ ，當 $y \leq \delta$ 且 $\delta = cx^{\frac{1}{2}}$ ， c 為常數。(每小題 10 分，共 20 分)

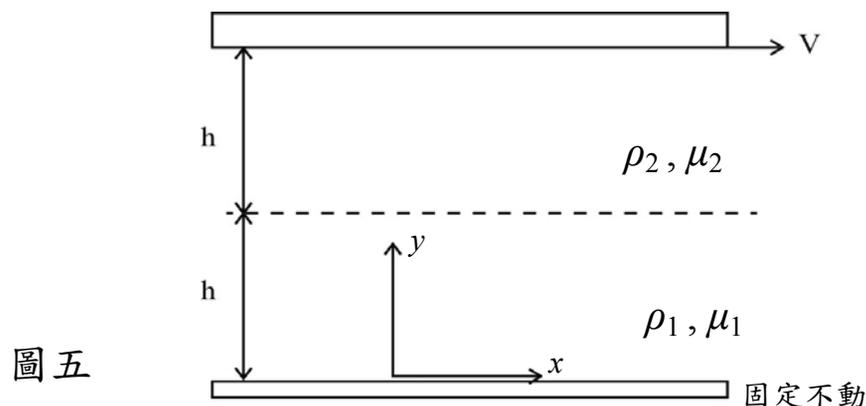
- (一) 假設薄板表面的流況存在不滑動 (no-slip) 條件，求邊界層中的速度分量 $v(x, y)$ ，其中 $y \leq \delta$ 。
(二) 當 $U = 2\text{ m/s}$ ， $\delta = 1.1\text{ cm}$ ，試求在 $x = 0.5\text{ m}$ 處的最大 v 值。



圖四

五、假設有一穩態層流流況下，兩互不相容的流體具有相同厚度，存於兩平板之間 (如圖五所示)，其中上面平板以 V 的速度向右運動，而下面平板固定不動。設若此系統中重力影響效應可以忽略，且在 x 方向並無任何變異下，試以近似 Navier-Stokes 方程式求解：(每小題 10 分，共 20 分)

- (一) 在兩流體交接面上的流體流速。
(二) 試求各流體的剪應力大小。



圖五