

代號：26620
26720
29620
頁次：4-1

104年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電力工程、電子工程、醫學工程

科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、請用級數方法求解 $y' = 2xy$ ，且以級數法表示其解，至少求至 x^6 項。(使用其他非級數法解不計分) (15 分)

二、設 λ_1, λ_2 及 λ_3 為一 3×3 的實數矩陣 \mathbf{M} 的整數特徵值 (eigenvalues)，且其中 $\lambda_2 = \lambda_3 \neq \lambda_1$ 。 \mathbf{M} 的行列式值 (determinant) 為 36，且其跡 (trace) 為 10。令 \mathbf{I} 為 3×3 單位矩陣 (identity matrix)，請找出 $(\mathbf{M} - \mathbf{I})^2$ 的全部特徵值。(15 分)

三、設 X 與 Y 是兩互相獨立的隨機變數 (independent random variable)，且其機率密度函數 (probability density function) 分別表示如下：

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/2, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} ; \quad f_Y(y) = \begin{cases} 1/3, & 2 \leq y \leq 5 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

設 $W = X + Y$ 。

求(一) W 的機率密度函數 (probability density function) $f_W(w)$ 。(5 分)

(二)畫出 $f_W(w)$ 之函數圖形。(5 分)

四、令區域 D 定義為 $0 \leq y \leq \sqrt{4 - x^2}$ ， $0 \leq x \leq 2$ ，求 $\iint_D (x^2 + y^2)^{4/3} dA$ 。(10 分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：2266

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 向量場 $\mathbf{F}=2xy\mathbf{i}+xe^y\mathbf{j}+2z\mathbf{k}$ 在點 $P = (-1, 0, 1)$ 的旋度 (curl) 為何？

- (A) $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$ (B) $-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ (C) $-\mathbf{e}\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ (D) $3\mathbf{k}$

2 試用 divergence theorem，求面積分 $I = \oiint_S (x^3 dydz + x^2 y dx dz + x^2 z dx dy)$ ，其中 S 為一封閉面，包括一圓柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ ($0 \leq z \leq b$) 及在 $z = 0$ 及 $z = b$ 之二圓面積 ($x^2 + y^2 \leq a^2$)。

- (A) $\frac{3\pi}{2} a^4 b$ (B) $\frac{5\pi}{2} a^4 b$ (C) $\frac{3\pi}{4} a^4 b$ (D) $\frac{5\pi}{4} a^4 b$

3 定義函數為 $\varphi(x, y, z) = xy - yz + xyz$ ，請計算點 $P = (0, -1, 1)$ 在 $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ 方向的改變率 (rate of change)？

- (A) 2 (B) -2 (C) $\sqrt{5}$ (D) $-\sqrt{5}$

4 若向量 $\mathbf{F}=\mathbf{i}-3\mathbf{k}$, $\mathbf{G}=2\mathbf{j}$, $A = \|\mathbf{F} + \mathbf{G}\|$ 為 $\mathbf{F} + \mathbf{G}$ 的 2-norm，則 A 值為：

- (A) $\mathbf{i}+2\mathbf{j}-3\mathbf{k}$ (B) $\mathbf{i}+2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ (C) 14 (D) $\sqrt{14}$

5 一矩陣 $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，下列何者錯誤？

(A) M 可對角化

(B) 存在矩陣 $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，使得 $P^{-1}MP = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(C) M 之特徵值 (eigenvalue) 為 2, -2, 3

(D) 存在可逆矩陣 Q ，使得 $Q^{-1}MQ = D$ ，則 M 與 D 為相似矩陣 (similar matrices)

6 已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 20$ ，則 $\begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ -2d & -2e & -2f \\ -2g & -2h & -2i \end{vmatrix}$ 之值為何？

- (A) 0 (B) 20 (C) 40 (D) 80

7 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -17 & 8 \end{bmatrix}$ ，下列何者不是 A 的特徵值 (eigenvalue)？

- (A) 2 (B) 4 (C) $2 + \sqrt{3}$ (D) $2 - \sqrt{3}$

8 一矩陣 $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，下列何者錯誤？

(A) $M^3 = \begin{bmatrix} -5 & 16 & 9 \\ -2 & -5 & -23 \\ -23 & 9 & 11 \end{bmatrix}$

(B) $M^3 - 7M^2 + 19M = \begin{bmatrix} 19 & 0 & 0 \\ 0 & 19 & 0 \\ 0 & 0 & 19 \end{bmatrix}$

(C) M 之特徵多項式 (characteristic polynomial) 為 $\lambda^3 - 7\lambda^2 + 19\lambda - 19$

(D) $M^4 = 30M^2 - 114M + 139I$

9 試計算複數多項式 (complex polynomial) $p(z) = z^6 - 5z^4 + z^3 - 2z$ 在 $|z|=1$ 的圓內有多少個零點 (zeros) ? (包括重複數(multiplicities))

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

10 設 C 為 $|z|=2$ 之逆時針方向之封閉曲線，則 $\int_C \frac{5z-2}{z(z-1)} dz$ 之值為何？

(A) 0

(B) $i2\pi$

(C) $i6\pi$

(D) $i10\pi$

11 化簡 $\overline{(6-2i)(1+i)}$ 可得：

(A) $4i+8$

(B) $4i-8$

(C) $-4i+8$

(D) $-4i-8$

12 下列何者為此階梯函數 $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t < 3 \\ -1, & 3 \leq t \end{cases}$ 之拉普拉斯轉換？

(A) $\frac{1}{s}e^{-s} - \frac{2}{s}e^{-3s}$

(B) $\frac{1}{s^2}e^{-s} - \frac{2}{s^2}e^{-3s}$

(C) $\frac{1}{s}e^s + \frac{2}{s}e^{-3s}$

(D) $\frac{1}{s}e^{-s} + \frac{2}{s}e^{-3s}$

13 下列那一個常係數齊次偏微分方程式為橢圓型 (elliptic) ?

(A) $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 100 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

(B) $\frac{\partial u}{\partial y} - 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$

(C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(D) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

14 $xy' + 2y = x^3 y^2$, $y = ?$

(A) $\frac{1}{C-x}$

(B) $\frac{1}{Cx^2 - x^3}$

(C) $\frac{1}{Cx - x^2}$

(D) $\frac{1}{Cx^3 - x^4}$

測驗式試題標準答案

考試名稱：104年公務人員高等考試三級考試暨普通考試

類科名稱：電力工程、醫學工程、電子工程

科目名稱：工程數學（試題代號：2266）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	D	D	B	D	B	D	A	D	D	D

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	A	D	B	A	D	B	B	D	B

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：