

考試別：身心障礙人員考試

等別：三等考試

類科：電力工程

科目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50 分）

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、試利用拉氏轉換 (Laplace transform) 求解：（10 分）

$$y'' + 5y' + 6y = \begin{cases} -2, & 0 \leq t < 3 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}; y(0) = y'(0) = 0, \text{ 其中 } y' \equiv \frac{dy}{dt}, y'' \equiv \frac{d^2y}{dt^2}。$$

二、考慮下列之動態系統：（每小題 5 分，共 10 分）

$$x(k+1) = Ax(k), \text{ 其中 } A = \begin{bmatrix} 0 & 0.95 & 0.6 \\ 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

(一)試建構矩陣 A 之一組特徵基底 (eigenbasis)。

$$(二)若 $x(0) = \begin{bmatrix} 1250 \\ 600 \\ 400 \end{bmatrix}$ ，試求其穩態值，即 $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = ?$$$

三、隨機變數 X 、 Y 之結合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \lambda^3 e^{-\lambda x}, & 0 \leq y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 試求：（每小題 5 分，共 15 分）}$$

(一)邊際機率密度函數 (marginal probability density function) $f_X(x) = ?$

(二) $f_{Y/X}(y/x) = ?$

(三)機率 $P(Y \leq 0.1 | X = 0.5)$ 為何？

四、施力 $\vec{F} = 3y\vec{i} + 3x\vec{j} + 2z\vec{k}$ 沿著路徑 C 由點 $P(1,2,3)$ 出發，作用至點 $Q(2,-1,4)$ 為止，其中路徑 C 為連接 P 點與 Q 點的直線。（每小題 5 分，共 15 分）

(一) 列出路徑 C 之參數表示式 (parametric representation) $\vec{r}(t)$ 。

(二) 依上述之參數表示式，算出施力 \vec{F} 於路徑 C 中所作的功 (work)： $W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ 。

(三) 已知此向量 \vec{F} 可以用「純量 $f(x,y,z)$ 的梯度 (gradient)」表示之，試找出 $f(x,y,z)$ 。

乙、測驗題部分：(50 分)

代號：4307

(一) 本試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二) 共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 令 \mathbf{F} ， \mathbf{G} ， \mathbf{H} 為向量， α ， β 為常數，則下列敘述何者錯誤？

(A) $\mathbf{F} + \mathbf{G} = \mathbf{G} + \mathbf{F}$

(B) $(\mathbf{F} + \mathbf{G}) + \mathbf{H} = \mathbf{F} + (\mathbf{G} + \mathbf{H})$

(C) $\mathbf{F} \times \mathbf{G} = \mathbf{G} \times \mathbf{F}$

(D) $(\alpha\beta)\mathbf{F} = \alpha(\beta\mathbf{F})$

2 向量場 $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + (zx - \sin(y))\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$ 在點 $P = (-1, 0, 1)$ 的散度 (divergence) 為何？

(A) $-\sqrt{2}$

(B) -1

(C) 1

(D) $\sqrt{10}/3$

3 若 \mathbf{A} 為一向量， f 為一純量，則下列敘述何者錯誤？

(A) $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$

(B) $\nabla \times (\nabla f) = 0$

(C) $\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot \nabla f$

(D) $\nabla \times (f\mathbf{A}) = \mathbf{A} \times \nabla f + f \nabla \times \mathbf{A}$

4 \mathbf{F} 為一曲線之位置函數。若 \mathbf{F} 為二次可微分，則其曲度 (curvature) 可寫成：

(A) $\frac{\|\mathbf{F}' \times \mathbf{F}''\|}{\|\mathbf{F}'\|^3}$

(B) $\frac{\|\mathbf{F}' \times \mathbf{F}''\|}{\|\mathbf{F}'\|^2}$

(C) $\frac{\|\mathbf{F}' \times \mathbf{F}''\|}{\|\mathbf{F}'\|^3}$

(D) $\frac{\|\mathbf{F}' \times \mathbf{F}''\|}{\|\mathbf{F}'\|^{3/2}}$

5 已知 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$ ， $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$ ，求行列式 $|f(\mathbf{A})|$ 之值為何？

(A) 1

(B) 3

(C) 4

(D) 6

6 若矩陣 \mathbf{A} 的特徵值 (eigenvalue) 為 $1, -1, 1$ ，且 \mathbf{I} 代表單位矩陣，則 $(2\mathbf{A} + \mathbf{I})\mathbf{A}(\mathbf{A} + 2\mathbf{I})$ 特徵值為何？

(A) 8, 2, 8

(B) 9, 1, 9

(C) 7, -1, 10

(D) 1, -1, 1

7 下列敘述何者正確？

(A) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 可以被對角化

(B) 令 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$, 則 \mathbf{A} 對應 \mathbf{x} 的特徵值為 1

(C) 令 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, 則 \mathbf{A} 的特徵值為 4, 2, -2

(D) 令 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, 則 \mathbf{A} 的特徵值為 4, -2, -2

8 級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} (z-3i)^n$ 之收斂半徑 R 之值為何？（其中 $i = \sqrt{-1}$ ）

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 4

9 假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z+2|=3$, 試求積分 $\int_C \frac{1}{(z+4)z^3} dz$ 為何？

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) 0 (C) 1 (D) $\frac{\pi i}{32}$

10 已知複數數列 $\{z_n\}$ 及 $\{\hat{z}_n\}$ 皆為收斂, 且其極限值 (limits) 分別為 c 及 \hat{c} , 則下列敘述何者錯誤？

(A) 數列 $\{z_n + \hat{z}_n\}$ 為收斂, 且其極限值為 $c + \hat{c}$ (B) 數列 $\{z_n \hat{z}_n\}$ 為收斂, 且其極限值為 $c \hat{c}$

(C) 若 $\{z_n\} = \{k\hat{z}_n\}$, 則 $c = k\hat{c}$, 其中 k 為任意實數 (D) 若 $c = \hat{c}$, 則 $\{z_n\} = \{\hat{z}_n\}$

11 若 $y = ax^m + bx^n$ 為 $x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0$ 之解, 且 $m \neq n$, 則 $m+n$ 之值為何？其中 a, b, m, n 為常數, $y' \equiv \frac{dy}{dx}$,

$y'' \equiv \frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

(A) -6 (B) -2 (C) -1 (D) 1

12 $\frac{dy}{dx} = e^y + \sin x$, $y(0) = 0$ 。以 $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 解之, 則 $\sum_{n=0}^2 a_n = ?$

(A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

- 13 下列何者為微分方程式 $x^2y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{9})y = 0$ 的解？其中 C_1 及 C_2 為任意常數， $J_\nu(x)$ 及 $Y_\nu(x)$ 分別為第一類型及第二類型之 ν 階 Bessel 函數。

(A) $C_1J_1(\frac{x}{3}) + C_2Y_1(\frac{x}{3})$

(B) $C_1J_{\frac{1}{3}}(x) + C_2Y_{\frac{1}{3}}(x)$

(C) $C_1J_1(x - \frac{1}{3}) + C_2Y_1(x - \frac{1}{3})$

(D) $C_1J_{\frac{1}{3}}(x - \frac{1}{3}) + C_2Y_{\frac{1}{3}}(x - \frac{1}{3})$

- 14 $f(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t f(\alpha) e^{t-\alpha} d\alpha$ ，則 $f(t) = ?$

(A) $t^3 + 2t^2 - e^{-t} + \frac{1}{2}t^2e^{-t}$

(B) $t^3 + 3t^2 + e^{-t} - 2te^{-t}$

(C) $-t^3 + 3t^2 + 1 - 2e^{-t}$

(D) $-t^3 - 2e^{-t} + \frac{1}{2}t^2e^{-t}$

- 15 令 $F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)^2}$ ，而 $f(t) = L^{-1}(F(s))$ ，則 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ 之值為何？

(A) 0

(B) $\frac{1}{18}$

(C) 1

(D) ∞

- 16 下列何者為線性微分方程式？

(A) $x^2y'' + e^y = 2x$

(B) $x^2y'' + 2xy' + y = e^x$

(C) $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$

(D) $(\frac{dy}{dx})^3 + xy = 4$

- 17 4 個家庭，每個家庭皆有 3 個小孩，試求至少有 3 個家庭剛好擁有 2 個女孩之機率為何？（假設小孩是男孩或女孩的機率各為 $\frac{1}{2}$ ）

(A) $\frac{135}{1024}$

(B) $\frac{621}{4096}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{3}{8}$

- 18 二枚錢幣投擲出現正面之機率分別為 $\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{5}$ ，若隨機選擇出一枚錢幣並投擲二次，試求二次皆出現正面之機率為何？

(A) $\frac{1}{30}$

(B) $\frac{1}{15}$

(C) $\frac{17}{225}$

(D) $\frac{4}{15}$

- 19 一容器中有 10 顆完全一樣的球分別標示為 0, 1, 2, ..., 9，隨機從容器中取出一顆球並記下其標示之號碼，該號碼為奇數或 3 的倍數之機率為何？

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$

(D) $\frac{4}{5}$

- 20 令隨機變數 X 的累積分布為 $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{當 } x < 0 \\ 2/7, & \text{當 } 0 \leq x < 1 \\ 6/7, & \text{當 } 1 \leq x < 2 \\ 1, & \text{當 } 2 \leq x \end{cases}$ ，請問下列敘述何者錯誤？

(A) $P(0 < x \leq 2) = 5/7$

(B) $P(X = 1) = 4/7$

(C) $P(X \leq 0) = 2/7$

(D) $P(X \leq 1) = 2/7$

測驗式試題標準答案

考試名稱：104年公務人員特種考試關務人員考試、104年公務人員特種考試身心障礙人員考試及
104年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試

類科名稱：電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：4307）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	B	D	C	B	B	D	A	B	D

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	C	B	C	A	B	B	C	C	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：