

等 別：三等考試  
類 科：測量製圖  
科 目：測量平差法  
考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、Gauss Markov Model (GMM) 的最小二乘解是  $\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L}$ ，其中  $\mathbf{A}$  是設計矩陣， $\mathbf{P}$  是權重矩陣， $\mathbf{L}$  是觀測向量。 $\mathbf{L}$  的協方差矩陣 (covariance matrix) 是  $\Sigma$ 。定義新的隨機向量  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{R}$  為： $\mathbf{S} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{R} = \mathbf{P}\mathbf{L}$ 。試求  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{R}$  之間的協方差矩陣。(25 分)

二、定義矩陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 15 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 10 \end{bmatrix}$ ， $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 20 & 21 & 1 \\ 3 & 12 & 1 \\ 2 & 1 & 13 \end{bmatrix}$ ， $\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{B}^T$ 。試計算矩陣  $\mathbf{C}$  的跡 (trace)。  
(25 分)

三、試解釋及舉例平差中，最小約束解 (minimum constrained solution) 的原理。(25 分)

四、點 A 和 B 之間的距離被一 EDM 測量 10 次。10 次之平均值和平均值之標準誤差為  $S = 100.231\text{m}$ 、 $\sigma_S = 0.006\text{ m}$

(一) 計算該距離的 95% 信心區間 (confidence interval)，使用 t 分佈的臨界值  $t_{0.025}(9) = 2.26$ 。(12 分)

(二) A 和 B 之間的距離由另一個 EDM 測定為  $\bar{S} = 100.236\text{ m}$ ， $\sigma_{\bar{S}} = 0.008\text{ m}$

統計而言，從兩個 EDM 測定的距離是否相同 (假設 A 和 B 之間沒有變動；95% 信心水平)？(13 分)