

考試別：鐵路人員考試

等別：高員三級考試

類科別：電子工程

科目：電磁學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

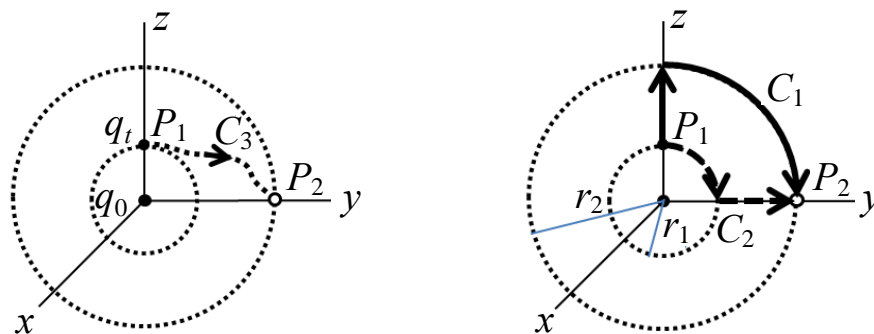
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、自由空間中有一個點電荷  $q_0$  位在座標系統的原點，且在其周遭建立了靜電場，有另外一個點電荷  $q_t$  位在點  $P_1$  處（在  $z$  軸上），當  $q_t$  從點  $P_1$  移動到點  $P_2$ （在  $y$  軸上），請考慮沿著下列的不同路徑，分別計算電荷  $q_0$  的電力對  $q_t$  所作的功  $\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$ ，其中庫

倫力  $\vec{F} = \frac{q_0 q_t}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{R}}{R^2}$ ，而圖中的內圈半徑為  $r_1$ ，外圈半徑為  $r_2$ ：

- (一)沿著路徑  $C_1$ （ $P_1$  到  $P_2$  的實線）。（6分）
- (二)沿著路徑  $C_2$ （ $P_1$  到  $P_2$  的虛線）。（6分）
- (三)沿著任意路徑  $C_3$ （ $P_1$  到  $P_2$  的點線）。（7分）
- (四)從(一)~(三)的結果，你得到什麼結論？（6分）

[提示]：首先，寫出球座標下的  $d\vec{l}$ ，……。



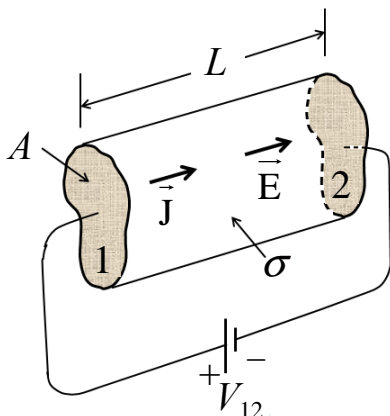
考試別：鐵路人員考試  
等別：高員三級考試  
類科別：電子工程  
科目：電磁學

二、針對下列的電學系統，一個直流電源  $V_{12}$  連接到一塊導電性均勻材料，兩端塗以金屬極板（1 和 2），且材料的橫截面積為  $A$ 、長度為  $L$ ，又其導電率為  $\sigma$ ；已知自由電子會因電場的存在而受力移動，且假設材料內的電場  $\vec{E}$  是均勻的：

- (一)請由  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  開始，推導出電路學的歐姆定律  $V_{12} = IR$ ，其中  $\vec{J}$  是電流密度。（12 分）  
 (二)計算其消耗的電功率，請問這些消耗的能量會轉傳給「誰」，並說明電能量被轉變成何種形式的能量？（6 分）  
 (三)請解釋  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  的意義，以及其背後的機制，並與下列的力學系統例子進行比較。（7 分）

力學系統：在空氣中的雨滴向下墜落的過程中，雨滴會和空氣分子碰撞，將能量轉傳給空氣分子，使得雨滴最後以等速度（稱為終端速度）落下。

[提示]：  $V_{12} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$ 。



三、已知靜磁場滿足安培迴路定律如下：

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3a)$$

其中  $C$  是任意的封閉迴路（不論其形狀、大小與位置為何）， $I$  是迴路  $C$  所包圍的穩定電流。

(一)請進一步利用斯托克斯定理 (Stokes' Theorem)，以推導其對應的點形式安培定律如下：

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (3b)$$

其中  $\vec{J}$  是電流密度。（11 分）

(二)接著，請證明在交流情況下，(3b)式違背下列的連續方程式

$$\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

其中  $\rho$  是電荷密度；並據此，針對交流情況下，對(3b)式進行必要的修正。（14 分）

[提示]：  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = 0$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{s}$$

（請接第三頁）

考試別：鐵路人員考試  
 等別：高員三級考試  
 類科別：電子工程  
 科目：電磁學

四、如圖 4a 所示，對於一傳輸線中的電壓和電流，其定義一般用電場/磁場表示如下：

$$v(z,t) = -\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (4a)$$

$$i(z,t) = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (4b)$$

且為了滿足傳輸線的電報者方程式，電壓  $v$  及電流  $i$  的解分別為

$$\begin{cases} v(z,t) = V^+ f(z-t/u_p) \\ i(z,t) = I^+ f(z-t/u_p) \end{cases} \quad \text{且 } \frac{V^+}{I^+} = Z_0 \text{ (特性阻抗)}$$

或

$$\begin{cases} v(z,t) = V^- f(z+t/u_p) \\ i(z,t) = I^- f(z+t/u_p) \end{cases} \quad \text{且 } \frac{V^-}{I^-} = -Z_0$$

(一)如圖 4b 所示， $z=0$  處為兩個不一樣的傳輸線的交界，設其特性阻抗  $Z_{01}$ 、 $Z_{02}$  給定，且入射波  $V^+$  為已知，求反射波幅度  $V^-$  和透射波幅度  $V_2^+$  之值，以及其電壓反射係數  $\frac{V^-}{V^+}$ 。(8 分)

(二)比較：對於在介電材料中傳播的一平面波之反射，如圖 4c 所示，設  $z=0$  處為兩個半空間介電材料的交界，且其內稟阻抗 (intrinsic impedance)  $\eta_{01}$ 、 $\eta_{02}$  給定，當入射波的幅度  $E^+$  為已知，求反射波幅度  $E^-$  和透射波幅度  $E_2^+$  之值，以及其電場反射係數  $\frac{E^-}{E^+}$ 。(8 分)

(三)比較(一)和(二)結果表示式的相似處，並陳述其背後的原因。(4 分)

(四)比較(一)和(二)結果表示式的不同處，並陳述其背後的原因。(5 分)

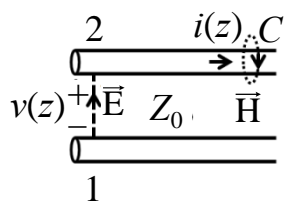


圖 4a

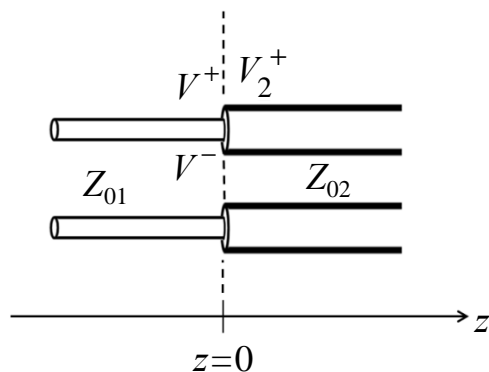


圖 4b

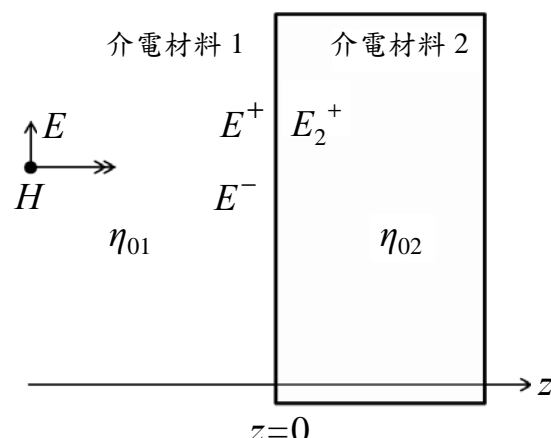


圖 4c