106年特種考試地方政府公務人員考試試題

等　　別：三等考試
類　　科：電力工程
科　　目：工程數學
考試時間：2 小時　　　　　　　　　　　　　　　　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：（50 分）

㈠不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈡請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、三維空間中的四點 O、A、B、C 的座標分別為(2, 0, 2)、(−3, 1, 0)、(1, 1, 4)、(5, 2, −4)，求解：

㈠以 O、A、B 三點為頂點所構成的三角形面積。（5 分）

㈡以 O、A、B、C 四點為頂點所構成的四面體體積。（5 分）

二、試求$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{(x+2)(x-10)(x^2+1)}dx$之值。（15 分）

三、求解偏微分方程式$x^2u_{xy}-2y^2u=0$，其中$u_{xy}=\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$。（10 分）

四、連續隨機變數 X 與 Y 之聯合機率密度函數（joint probability density function）為

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}2xe^{-y}, & \text{if } 0<x<1, y>0\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

，試求：

㈠X 之邊際機率密度函數（marginal probability density function）$f_X(x)$與 Y 之邊際機率密度函數$f_Y(y)$。（7 分）

㈡XY 的期望值 E[XY]。（8 分）

乙、測驗題部分：（50 分）　　　　　　　　　　　　　　　　代號：7335

㈠本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
㈡共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1　若A為一個6×6反對稱矩陣$(A=-A^T)$，下列何者錯誤？

(A) $\det(A)=\det(A^T)$　(B) $\det(A)=\det(-A)$　(C) $\det(A)=-\det(A)$　(D) $\det(A)=\det(-A^T)$

2 求$\|u\times v\|^2+(u\cdot v)^2$與下列何者相等？

(A) $(u\cdot u)(v\times v)$ (B) $(u\times v)(u\cdot v)$ (C) $(u\cdot u)(v\cdot v)$ (D) $(u\times u)\cdot(v\times v)$

3 試決定 a 值，可能造成下列的聯立方程式會有無限多組解：

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=4 \\ x_3=2 \\ (a^2-4)x_3=a-2 \end{cases}$$

(A) $a=-1$ (B) $a=-1.5$ (C) $a=-2$ (D) $a=-2.5$

4 令矩陣 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$，其反矩陣（inverse matrix） $\boldsymbol{A}^{-1}$可表示為$[a_{ij}]$，則下列敘述何者正確？

(A) $a_{12}=-3$ (B) $a_{21}=-2$ (C) $a_{23}=-7$ (D) $a_{32}=2$

5 已知 $A=\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$， $f(x)=x^3-2x^2+x+1$，求 $f(A)$ 為何？

(A) $\begin{bmatrix} -7 & 4 \\ -20 & 11 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 7 & -20 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 11 & -7 \\ -20 & 4 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 20 & 7 \\ -4 & -11 \end{bmatrix}$

6 給定一3×3矩陣 $A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$，則下列何者錯誤？

(A)矩陣 A 的特徵值（eigenvalues）為 1,2,2

(B) $[0 \quad 1 \quad 0]^T$ 為矩陣 A 的一個特徵向量（eigenvector）

(C) $[-1 \quad 0 \quad 1]^T$ 為矩陣 A 的一個特徵向量（eigenvector）

(D) $[2 \quad 1 \quad 1]^T$ 為矩陣 A 的一個特徵向量（eigenvector）

7 假設複數 $z=x+iy$ ，則下列那一個複變數函數是屬於全域可分析的（analytic for all z）？

(A) $xy+iy$ (B) $e^y e^{ix}$ (C) $e^{-y}\sin x-ie^{-y}\cos x$ (D) $2xy+i(x^2-y^2)$

8 求$\oint_c e^z dz$之值，其中 C 為$|z|=3$之逆時針之圓周：

(A) π (B)0 (C) $-\pi$ (D) -1

9　已知複變數函數 $f(z)=\dfrac{e^{2z}}{(z-1)^2}$ 的奇異點(singular point)是為一個極點(pole)，試決定此極點的階數(order)

M 及對應的留數（residue）B 分別為何？

(A) $M=3$，$B=\dfrac{e}{2}$　(B) $M=2$，$B=\dfrac{-e}{2}$　(C) $M=2$，$B=2e^2$　(D) $M=1$，$B=e^2$

10　求下列微分方程式的特解：

$y''-4y'+4y=0$ 且 $y(0)=3$，$y'(0)=4$

(A) $y=(3+2x)e^{2x}$　(B) $y=(2+3x)e^{2x}$

(C) $y=(3-2x)e^{\frac{3}{2}x}$　(D) $y=(3-2x)e^{2x}$

11　求微分方程 $y'-\dfrac{4xy}{y-1}=0$，$y(0)=1$ 之解為：

(A) $2x-y-\ln|y|=-1$　(B) $x^2-y+\ln|y|=-1$

(C) $2x^2-y+\ln|y|=-1$　(D) $x^2-y=-1$

12　已知 $y(t)$ 的拉普拉斯轉換（Laplace transform）方程式為 $Y(s)=\mathcal{L}\{y(t)\}=\dfrac{s+14}{s^4+3s^3+7s^2}$。下列何者錯誤？

(A) $\lim\limits_{t\to\infty} y(t)=\infty$

(B) $y(0^+)=7$

(C) $\mathcal{L}\left\{\int_0^t y(\alpha)d\alpha\right\}=\dfrac{s+14}{s^5+3s^4+7s^3}$

(D) $\mathcal{L}\{y(t-2)u(t-2)\}=e^{-2s}\dfrac{s+14}{s^4+3s^3+7s^2}$，其中 $u(t)$ 為單位步階函數（unit step function）

13　下列何者為 $xy(y')^2+(x^2+xy+y^2)y'+x(x+y)=0$ 之解？（其中 C 為常數）。

(A) $x^2+y^2+C=0$　(B) $x^2+y^2+Cx=0$　(C) $x^2+y^2+Cy=0$　(D) $x^2+y^2+Cxy=0$

14　給定一偏微分方程式 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=x^2y$，且方程式滿足 $z(x,0)=x^2$，$z(1,y)=\cos y$，試問 $z(0,\Pi)=$？

(A) $\dfrac{12-\Pi^2}{6}$　(B) $-\dfrac{12+\Pi^2}{6}$　(C) $\dfrac{12+\Pi^2}{6}$　(D) $\dfrac{-12+\Pi^2}{6}$

15 有一微分方程 $(x^2+16)y''+\frac{1}{3}x^2y'+5e^x y=0$，$r_1$ 及 r_2 分別為其級數解 $y=\sum_{n=0}^{\infty}c_n x^n$ 及 $y=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(x-3)^n$ 的收斂半徑，其中 c_n 為常數，則 $r_1+r_2=$？

(A)6 (B)7 (C)8 (D)9

16 求 $t\cos(at)$ 之拉普拉斯轉換（Laplace transform）：

(A) $\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$ (B) $\frac{2s^2}{(s^2+a^2)^2}$ (C) $\frac{2(s+a)}{(s^2+a^2)^2}$ (D) $\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$

17 試問下列何者不滿足二維拉普拉斯方程式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$？

(A) $u=x^3-3xy^2$ (B) $u=x/(x^2+y^2)$

(C) $u=x/y-y/x$ (D) $u=(x^2-y^2)/(x^2+y^2)^2$

18 某離散隨機變數 X 之質量函數為 $P(-2)=P(1)=P(2)=0.15$ ，$P(3)=0.55$ ，試問期望值 E[X]為何？

(A)0.6 (B)1 (C)1.5 (D)1.8

19 設隨機變數（random variable）X 和 Y 的聯合機率密度函數（joint probability density function）為

$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} a(x+y)^2, & -2<x<2 \text{ and } -3<y<3 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$。則 a 之值為何？

(A)1/104 (B)1/36 (C)1/24 (D)1/6

20 令 X_i，$i=1,2,...,n$ ，為獨立高斯隨機變數（Gaussian random variables），其 $E[X_i]=\mu_i$ ，$Var[X_i]=\sigma_i^2$ ，亦即 $X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2)$ ，下列何者錯誤？

(A) $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_i)\sim N\left(0,\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\right)$

(B) $\sum_{i=1}^{n}X_i \sim N\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i,\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\right)$

(C) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \sim N\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_i,\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\right)$

(D) $\sum_{i=1}^{n}X_i^2 \sim N\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2,\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\right)$

測驗式試題標準答案

考試名稱：106年特種考試地方政府公務人員考試

類科名稱：電力工程

科目名稱：工程數學（試題代號：7335）

單選題數：20題　　單選每題配分：2.50分

複選題數：　　複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	C	B	C	A	D	C	B	C	D

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	B	A	B	D	D	C	D	A	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備　　註：