

類 科：工業工程

科 目：作業研究

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、我們有兩個產品，夾克與外套。生產它們要用到三種原料（棉花、尼龍、羊毛）。夾克所需之原料為棉花與尼龍，外套所需之原料為尼龍與羊毛。我們現有棉花的總量為 20 單位，尼龍的總量為 18 單位，羊毛的總量為 8 單位。每生產一批夾克需用 2 單位的棉花與 1 單位的尼龍；每生產一批外套需用 2 單位的尼龍與 1 單位的羊毛。其中夾克每批的利潤為 4 百萬，外套每批的利潤為 8 百萬。令 x_1 代表要生產夾克的批數； x_2 代表生產外套的批數。

(一)請寫出考慮受限於原料的限制下，最大化利潤的線性規劃問題以決定兩產品最佳生產批數。(5 分)

(二)我們對最佳解有額外之考量，請就 1. 生產夾克的批數要多於外套的批數與 2. 生產外套的批數要多於夾克的批數，利用 simplex 法求解分別之最佳解。(15 分)(註：請先用 simplex 法求解再考慮 1. 與 2. 之最佳解)

(三)在上述的最佳解下，我們會向市場購買一單位尼龍之價格不能超過多少？為什麼？(5 分)

(四)我們不打算生產而想將現在手中所有的原料在市場賣出。我們須決定最佳的售價價格。令棉花的單位價格訂為 y_1 ，尼龍的單位價格為 y_2 ，羊毛的單位價格為 y_3 。所以全部原料的總售價則為 $20y_1 + 18y_2 + 8y_3$ 。我們的原則是將生產一批夾克所需原料賣掉的價格至少不能低於一批夾克的利潤（如此我們才願意賣原料而不生產）；將生產一批外套所需原料賣掉的價格至少不能低於一批外套的利潤。如果我們要賣原料，我們則應在滿足上述的前提下，盡量壓低我們的總售價 $20y_1 + 18y_2 + 8y_3$ 以增加市場銷售上的競爭力。請寫出相關的線性規劃問題用以決定最佳化售價（不用求解）。(5 分)

(五)利用與參考(二)之最終表格，找出最佳之售價 $y_i, i=1,2,3$ （不用求解）。(5 分)

類 科：工業工程
科 目：作業研究

二、以下表 1 為某支股票最近 21 天之報酬率資料，我們想利用此資料預估某日股票股價為漲（報酬率為正）或跌（報酬率為負）的機率。令狀態 1 表示漲，0 表示跌。

(一)我們考慮以每天的漲跌為狀態之馬可夫鏈，請參考表 1，運用條件機率之定義 $P(X=x|Y=y)=P(X=x, Y=y)/(Y=y)$ ，以觀察比例的方式估計轉移機率 (transition probability) 並寫出轉移矩陣 (transition matrix)。(10 分)

(二)已知今天股價為跌，請利用轉移矩陣計算明天且後天皆為跌的機率為何？(2 分)

(三)已知今天股價為跌，請利用轉移矩陣計算後天為跌的機率為何？(3 分)

(四)請問經過長時間後（系統穩定之下），未來某天股價為跌的機率為何？(5 分)

表 1

天	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
報酬率(%)	+0.1	-0.2	-0.05	+0.012	-0.3	+0.018	+0.005	-0.032	-0.1	-0.2	
天	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
報酬率(%)	+0.3	-0.2	+0.4	+0.1	-0.2	+0.2	-0.01	-0.6	+0.8	+0.5	-0.1

三、在一個 ubike（租借腳踏車）的租借站，顧客按一卜瓦松（Poisson）過程（每小時平均 $\mu=30$ 人）到達租借站，以先到先借之順序租借 ubike。而 ubike 按一卜瓦松過程由外地歸還（每小時平均 $\lambda=40$ 台）回到租借站並以先到先被借之順序出租。顧客到達時若發現沒有 ubike 在租借站時會等待，但剛到達的顧客看到租借站裡已有 3 個顧客在等就不等了而離開。另一方面，租借站最多只可停 4 台 ubike。ubike 歸還時發現沒位置可擺置，使用人會騎走停到其他租借站。定義 (m, n) 為狀態 (state)，其中 m 為等待之顧客數， n 為在租借站停放之 ubike 數。令 $\pi_{(m,n)}$ 為穩態機率 (steady-state probability)。(註： m 與 n 不會同時為正(>0))

(一)請畫出轉移率圖 (transition rate diagram)。(5 分)

(二)解 $\pi_{(m,n)}$ 。(5 分)

(三)請以 $\pi_{(m,n)}$ 計算顧客到租借站要排隊等 ubike 或離開之機率。(3 分)

(四)請以 $\pi_{(m,n)}$ 計算 ubike 歸還回到租借站時沒地方擺置之機率。(2 分)

四、某人現有現金 20000 元，他利用購買一高風險之基金進行投資，每月每投資一單位（10000 元）可獲利 20000 元之機率 $1/5$ ；會虧損 10000 元之機率為 $4/5$ 。投資的金額不能超過某人當時手上之現金。他想決定每月要投資多少單位（包含不投資）以使存款會在 3 個月後達到 40000 元之機率為最大。我們想用建立機率性動態規劃 (probabilistic dynamic programming) 決定最佳解（策略）以使該機率最大。

(一)請定義階段 (stage)、狀態 (state) 與行動或決策 (action or decision)。(10 分)

(二)請以機率性動態規劃計算出最大機率以及求出為達成此機率之最佳解（策略）並以決策樹表示。(20 分)