

代號：25720  
|  
25920  
28320  
頁次：4-1

# 106年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電力工程、電子工程、電信工程、醫學工程

科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50 分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、計算  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  最小平方問題 (least square problem)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  的解。(10 分)

二、矩陣  $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  :

(一)求  $M$  之特徵值 (eigenvalue)。(5 分)

(二)求矩陣  $P$  以滿足  $P^{-1}MP$  為對角矩陣 (diagonal matrix)。(5 分)

(三)求  $M^4$ 。(5 分)

三、設微分方程式  $y'' + ay' + by = -65\sin 2t$ ， $y(0) = y_0$ ， $y'(0) = y'_0$  的解  $y(t)$  的拉普拉斯轉

換為  $Y(s) = \frac{13s^3 + 45s^2 + 52s + 50}{s^4 + 4s^3 + 7s^2 + 16s + 12}$ 。

(一)求常數  $a$ 、 $b$ 、 $y_0$  及  $y'_0$  之值。(8 分)

(二)求微分方程式的解  $y(t)$ 。(7 分)

四、每一次白努利試驗 (Bernoulli trials) 中，成功之機率為  $p$ ，失敗之機率為  $q = 1 - p$ ，

則代表在  $n$  次獨立試驗中成功次數的二項式隨機變數  $x$ ，其機率分布

$F(x) = C_x^n p^x q^{n-x}$ ， $x = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ 。若  $F(x)$  在  $x = x_0$  處有極大值， $x_0$  之值為何？

(10 分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：2257

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 試求由三點  $P_1(2, 2, 0)$ ， $P_2(-1, 0, 2)$ ， $P_3(0, 4, 3)$  所決定之三角形的面積：

- (A) 6.5                                      (B) 7                                      (C) 7.5                                      (D) 8

2 下列集合中之向量，何者為線性獨立 (linearly independent) ？

- (A)  $\{(3, 1, -4), (2, 0, -1), (3, -1, 1)\}$                                       (B)  $\{(1, 2, 0), (-1, 1, 2), (3, 1, 5), (0, 1, -1)\}$

- (C)  $\{(1, 1, -2), (0, 1, 0), (2, 1, -1)\}$                                       (D)  $\{(3, 1, 0), (2, -1, 1), (1, 0, 1), (2, 1, -1)\}$

3 一階微分方程式  $x^2 y' - xy - y^2 = 0$  之解為：(其中  $C$  為常數。)

- (A)  $y = -\ln|x| + C$                       (B)  $y = \frac{x}{-\ln|x| + C}$                       (C)  $y = \frac{-\ln|x| + C}{x}$                       (D)  $-\ln|x| + x + C$

4 設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為任意實數，下列選項何者恆為正確？

- (A)  $x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 2xz \geq 0$                                       (B)  $x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 4yz \geq 0$

- (C)  $x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 4xz + 4yz \geq 0$                                       (D)  $x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz \geq 0$

5  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，求  $\cos \mathbf{A}$ 。

- (A)  $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3\cos 3 & 3\cos 3 - 3\cos 2 \\ 2\cos 3 - 2\cos 2 & -2\cos 3 \end{bmatrix}$                                       (B)  $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3\cos 3 + 2\cos 2 & 3\cos 3 - 3\cos 2 \\ 2\cos 3 - 2\cos 2 & 2\cos 3 + 3\cos 2 \end{bmatrix}$

- (C)  $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3\cos 3 + 2\cos 2 & -3\cos 3 + 3\cos 2 \\ -2\cos 3 + 2\cos 2 & 2\cos 3 + 3\cos 2 \end{bmatrix}$                                       (D)  $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3\cos 3 - 2\cos 2 & 3\cos 3 + 3\cos 2 \\ 2\cos 3 + 2\cos 2 & 2\cos 3 - 3\cos 2 \end{bmatrix}$

6  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ，設  $f(x) = 2x^2 - 6x + 3$ ，試求  $f(A)$  為何？

(A)  $f(A) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$     (B)  $f(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$     (C)  $f(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$     (D)  $f(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

7  $i = \sqrt{-1}$ ，展開複數函數  $f(z) = \cosh(5 - 2i)$  為：

(A)  $f(z) = \cosh 5 \cosh 2 - i \sinh 5 \sinh 2$     (B)  $f(z) = \cosh 5 \cos 2 - i \sinh 5 \sin 2$   
 (C)  $f(z) = \cos 5 \cosh 2 - \sin 5 \sinh 2$     (D)  $f(z) = \cos 5 \cos 2 - i \sin 5 \sin 2$

8  $i = \sqrt{-1}$ ， $i^{1+i} = ?$

(A)  $\sqrt{2}(1+i)$     (B)  $\sqrt{2}(1-i)$   
 (C)  $ie^{-(2n\pi + \pi/2)}$ ， $n$  為任意整數    (D)  $i^{\sqrt{2}}e^{2n\pi - \pi/2}$ ， $n$  為任意整數

9 假設  $C$  為  $|Z| = 3$  之逆時針方向的圓周，求  $\oint_C \frac{e^{3Z}}{Z^4} dZ = ?$  ( $i = \sqrt{-1}$ )

(A)  $4\pi i$     (B)  $\pi i$     (C)  $9\pi i$     (D)  $-2\pi i$

10 假設微分方程式  $y' + 4y = \cos t$  且  $y(0) = 0$ ，下列何函數不會出現在  $y(t)$  的解之中？

(A)  $e^{-4t}$     (B)  $\cos t$     (C)  $\sin t$     (D)  $e^{-t}$

11  $y'' - 3y' - 4y = 8x^2$ ， $y(0) = 1$ ， $y'(0) = 2$ ，其中  $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ ， $y' = \frac{dy}{dx}$ ，則  $y''(0) = ?$

(A) 10    (B) 6    (C) 4    (D) 0

12 設微分方程式  $xy'' + 2y' = 6x$ ，且  $y(1) = 1$ ， $y'(1) = 2$ ，則下列何者正確？

(A)  $y(2) = 2$     (B)  $y(-1) = -1$     (C)  $y'(2) = -2$     (D)  $y'(-1) = -2$

13 設  $x(t)$  為  $\frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = 6$  之解，則  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  之值為何？

(A)  $\infty$     (B) 6    (C) 0    (D) -2

14  $z$  為複數 (Complex variable)，則  $\int_0^{1+i} z^2 dz = ?$  ( $i = \sqrt{-1}$ )

(A)  $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i$     (B)  $\frac{2}{3} - \frac{2}{3}i$     (C)  $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i$     (D)  $-\frac{2}{3} - \frac{2}{3}i$

15 試求冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^n(3n-1)}$  之收斂半徑。

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

16 求  $\ln\left(\frac{s+1}{s-1}\right)$  之反拉普拉斯轉換。

- (A)  $\frac{\sinh(t)}{t}$  (B)  $\frac{2\sinh(t)}{t}$  (C)  $\frac{\sinh(t)}{2t}$  (D)  $\frac{2\sin(t)}{t}$

17 求  $f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < -1 \\ x, & -1 < x < 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases}$  ,  $f(x+4) = f(x)$  , 週期  $p = 4$  之傅立葉級數 (Fourier series) 。

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2\cos n\pi/2}{n\pi} - \frac{4\sin(n\pi/2)}{(n\pi)^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{2}$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{2\cos n\pi/2}{n\pi} + \frac{4\sin(n\pi/2)}{(n\pi)^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{2}$   
(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{2\cos n\pi/2}{n\pi} - \frac{4\sin(n\pi/2)}{(n\pi)^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{2}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2\cos n\pi/2}{n\pi} + \frac{4\sin(n\pi/2)}{(n\pi)^2} \right) \sin \frac{n\pi x}{2}$

18 給定一個隨機變數  $x$  , 其累積分布函數 (cumulative distribution function)  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1/4, & 1 \leq x < 3 \\ 1/2, & 3 \leq x < 5 \\ 3/4, & 5 \leq x < 7 \\ 1, & x \geq 7 \end{cases}$  , 求機率

$P(x \leq 5 | x \geq 2)$  之值為何?

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$

19 假設產品是否為不良品是互相獨立的事件。已知某公司所生產之手機的不良率為 1% , 若此公司以 10 台手機為一包裝銷售 , 且保證 10 台手機中最多只有 1 台不良品 , 否則就退貨。試求賣出包裝好的產品中退貨的比例為多少? 提示:  $(0.99)^9 \approx 0.9135$  。

- (A)0.2% (B)0.4% (C)0.6% (D)0.8%

20 設隨機變數 (random variable)  $X$  和  $Y$  的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1/24, & 0 < x < 6 \text{ 且 } 0 < y < 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$  , 則  $E[X^2Y^2]$  之值為何? 其中  $E[Z]$  定義為隨機變數  $Z$  的期望值。

- (A)8 (B)16 (C)32 (D)64

# 測驗式試題標準答案

考試名稱：106年公務人員高等考試三級考試暨普通考試

類科名稱：電力工程、醫學工程、電子工程、電信工程

科目名稱：工程數學（試題代號：2257）

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	C	C	B	D	C	A	B	C	C	D

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	A	D	D	C	B	B	B	D	B	D

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：