

類 科：地震測報

科 目：地球物理數學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、十八世紀（1772 年）德國天文學家波德（Bode）提出了一個經驗式來歸納太陽系行星與太陽之間的距離。下表是當年波德所取得的觀測數據，距離為天文單位（AU）。

行星名稱	水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星	冥王星
與太陽距離	0.38	0.72	1.00	1.52	5.20	9.57	19.19	30.07	38.62

波德先設定一個數列如下：

0, 0.3, 0.6, 1.2, 2.4, 4.8, 9.6, 19.2, 38.4, ...

其次將每個數加大一個量變成

0.4, 0.7, 1.0, 1.6, 2.8, 5.2, 10.0, 19.6, 38.8, ...

至此，波德發現這個數列居然相當吻合表列的距離數據。於是他先設定起始條件，第一顆行星次序 $n=1$ ，其與太陽距離 $d(n)=0.4$ 。再幾經試誤（trial and error）之後他提出了一個簡單的數學式表示行星與太陽之間的距離，稱之為波德定律。請根據上面的規則推算並寫出波德定律。（20 分）

二、假設一平面二維位置向量 $\vec{r}''(t) = \langle e^t, 4e^{2t} \rangle$ 代表一質點之加速度的時間函數，則該質點在 $t=0$ 時相對座標原點(0, 0)的距離為何？（10 分）

三、計算積分值 $\int_1^{45} \frac{1}{x} dx = ?$ （下列表格可供參考）（10 分）

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\log_{10}(x)$	0.301	0.477	0.602	0.699	0.778	0.845	0.903	0.954	1.000

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\log_e(x)$	0.693	1.098	1.386	1.609	1.791	1.945	2.079	2.197	2.302

四、令 $a_n = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 k \cos \frac{n\pi x}{2} dx$ ，求 $a_5 + a_7 = ?$ （20 分）

五、解三次方程式 $8x^3 - 20x^2 - 2x + 5 = 0$ 用常規的代數方法並不容易，實務上可用數值近似法或幾何圖解法。請用任何可行的方法找出所有的零位（過零點）所在區間。精確度不得超過整數絕對值 1。（20 分）

六、求向量 $\vec{T} = \langle x^2, y, 2z \rangle$ 之散度（divergence）。（10 分）

七、函數 $f(\omega) = \frac{1}{-i\omega\sqrt{2\pi}} (e^{-i\omega} - e^{i\omega})$ ， $i = \sqrt{-1}$ 。計算當 $\omega = \frac{\pi}{2}$ 時 $f(\omega) = ?$ （10 分）