

類 科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、某國營事業單位今年準備以招聘考試招收 202 人，其中 177 人為正取人員，25 人為備取人員，今年報考人數共計 2500 人，考試滿分為 400 分，考試後得知應考人成績  $X$  服從平均數為  $\mu$ ，標準差為  $\sigma$  的常態分配，即  $X \sim N(\mu, \sigma)$ ，且  $\mu = 256$  分，成績在 360 分以上者共有 47 人，請依據上面之訊息，試求：(每小題 8 分，共 24 分)

(一)這 2500 位應考人成績分配之標準差為  $\sigma = ?$ 

(二)此項考試正取人員的最低錄取分數為何？

(三)若某甲參加了這個國營事業單位的考試，而他考試的分數為 327 分，則他是否被錄取為正取？還是備取，抑或是落榜了？

二、設二維隨機變量  $(X, Y)$  的聯合機率密度函數為

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{(x+y+1)^4} & , x > 0, y > 0 \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$$

試求：(每小題 6 分，共 12 分)

(一)當  $Y=y$  時， $X$  的條件機率密度函數  $f_{X|Y}(x|y)$  為何？(二) $P(0 \leq X \leq 1 | Y = 1) = ?$ 

三、設由兩個常態母體  $N(\mu_1, \sigma_1 = 1)$  及  $N(\mu_2, \sigma_2 = 2)$  中分別抽出大小為  $n_1$  及  $n_2$  的兩組獨立隨機樣本，且令  $\bar{X}_1$  及  $\bar{X}_2$  分別為此兩組隨機樣本的樣本平均數，則：(每小題 8 分，共 16 分)

(一)試以  $\bar{X}_1, \bar{X}_2$  估計  $\mu_1 - \mu_2$  的 95% 的信賴區間。(二)若為使(一)中所求的 95% 信賴區間長度為最短，且  $n_1 + n_2 = 100$  時，試問  $n_1$  與  $n_2$  應為多少？

四、設隨機變數  $X$  服從在  $[\theta_1, \theta_2]$  上之均等分配 (uniform distribution)，其中  $\theta_1, \theta_2$  為未知參數，即隨機變數  $X$  的機率密度函數為  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} & , \forall x \in [\theta_1, \theta_2] \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} & , \forall x \in [\theta_1, \theta_2] \\ 0 & , \text{其他} \end{cases}$$

又令  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為抽自  $X$  之一組大小為  $n$  之隨機樣本，則：(每小題 8 分，共 24 分)(一)隨機變數  $X$  之期望值  $E(X) = ?$  變異數  $V(X) = ?$ (二)試以動差估計法 (the method of moments estimation) 求  $\theta_1, \theta_2$  之點估計量。(三)試以最大概似估計法 (the method of maximum likelihood estimation) 求  $\theta_1, \theta_2$  之點估計量。

(請接第二頁)

類 科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術  
科 目：統計學

- 五、某汽車電瓶公司宣稱其所製造的小汽車電瓶之平均壽命為3年，標準差為1年。中華民國消費者文教基金會為了檢驗該公司的宣稱是否屬實，在市場上隨機抽取五個該公司所生產的小汽車電瓶做測試，結果得到電瓶壽命資料（單位：年）為1.9, 2.4, 4.2, 3.5, 3.0。假設該公司所生產的小汽車電瓶壽命具常態分配 $N(\mu, \sigma)$ ，試根據上述資料，建立該公司所生產的小汽車電瓶壽命標準差 $\sigma$ 之95%信賴區間，並請根據此信賴區間的結果，判定是否有足夠的證據在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，判定是否相信該公司對電瓶壽命標準差的宣稱。（10分）
- 六、為瞭解台灣彩券公司4星彩中獎號碼是否為隨機產生，記錄最近30期中獎號碼，得到下列資料：

數字	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	11	12	10	9	9	10	15	14	17	13

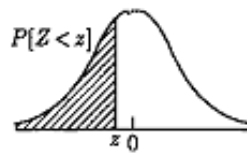
試以 $\alpha=0.05$ 之顯著水準，檢定最近30期台灣彩券公司4星彩中獎號碼之數字出現的次數分配可否合於均等分配（Uniform distribution）（即檢定0,1,...,9等10個數字被搖出之機率是否相等）？

(一)可使用那一統計方法？（2分）

(二)如何利用(一)之方法進行檢定（請寫出完整的檢定步驟）？又檢定的結論為何？（12分）

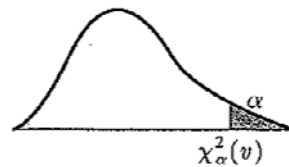
類 科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術  
科 目：統計學

附統計表：標準常態機率分配表， $Z \sim N(0,1)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.5	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

$\chi^2$  分配右尾百分點  $\chi^2_{\alpha}(v)$  表



自由度 (v)	α	.99	.975	.95	.90	.50	.10	.05	.025
1		.0002	.001	.004	.02	.45	2.71	3.84	5.02
2		.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38
3		.11	.22	.35	.58	2.37	6.25	7.81	9.35
4		.30	.48	.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14
5		.55	.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83
6		.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.64	12.59	14.45
7		1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01
8		1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53
9		2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02