

108年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
類科組：電子組
科目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：可以使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
- (二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
- (三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求取下列微分方程式之特徵值 (eigen-value) λ 及特徵函數 (eigen-function)。(15分)

$$(e^{-2x} y')' + (1 + \lambda)e^{-2x} y = 0; \quad y(0) = y(1) = 0。$$

二、證明下列波動方程式

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{for} \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0$$

$$y(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = g(x) \quad \text{for} \quad -\infty < x < \infty。$$

之解答可表示為

$$y(x, t) = \int_0^\infty [a_\omega \cos(\omega x) + b_\omega \sin(\omega x)] \sin(\omega t) d\omega,$$

其中

$$a_\omega = \frac{1}{\pi\omega} \int_{-\infty}^\infty g(\xi) \cos(\omega\xi) d\xi \quad \text{and} \quad b_\omega = \frac{1}{\pi\omega} \int_{-\infty}^\infty g(\xi) \sin(\omega\xi) d\xi。 (20分)$$

三、求取下列矩陣之反矩陣。(15分)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & -3 \\ 2 & 8 & -5 \end{bmatrix}$$

乙、測驗題部分：(50分)

代號：6604

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 已知 \mathbf{u}, \mathbf{v} 為向量空間 (vector space) V 中的向量，下列何者正確？

- (A) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{u}) = \mathbf{0}$ (B) $\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| < \|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|$ (C) $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|$ (D) $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|$

2 下列何者是 R^3 之子空間 (subspace) ？

- (A) $W = \{(x_1, x_2, 1) : x_1, x_2 \in R\}$ (B) $W = \{(x_1, x_2, x_1 x_2) : x_1, x_2 \in R\}$
(C) $W = \{(x_1, 1/x_2, x_2) : x_1, x_2 \in R\}$ (D) $W = \{(x_1, x_2, x_1 - 2x_2) : x_1, x_2 \in R\}$

3 若 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 5$ ，求 $C = \begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_2 - b_2 & a_3 - b_3 \\ 3b_1 & 3b_2 & 3b_3 \\ c_1 - 3b_1 & c_2 - 3b_2 & c_3 - 3b_3 \end{vmatrix}$ ？

- (A) $C = 15$ (B) $C = 5$ (C) $C = -5$ (D) $C = -15$

4 令矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ ，試問 A 的零空間 (null space) 之維度 (dimension) 為何？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

5 設 $L: R^3 \rightarrow R^3$ 為一線性轉換，已知 $L\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 與 $L\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，求 $L\left(\begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}\right)$ 為何？

- (A) $[2 \ 1 \ 5]^T$ (B) $[2 \ 7 \ 4]^T$ (C) $[2 \ -1 \ 5]^T$ (D) $[-2 \ 4 \ -7]^T$

6 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -12 \\ 0 & 3 & -13 \end{bmatrix}$ 。下列何者是 A 的特徵向量？

- (A) $[4 \ -15 \ -6]^T$ (B) $[7 \ -24 \ 5]^T$ (C) $[4 \ -15 \ 5]^T$ (D) $[7 \ -24 \ -6]^T$

7 試問下列何者複數函數其極限值不存在？

- (A) $\lim_{z \rightarrow i} z \operatorname{Arg}(z)$ (B) $\lim_{z \rightarrow -1} [\operatorname{Arg}(z)]^2$ (C) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{|z|}$ (D) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{|z|^2}{z}$

8 下列何者不是複數函數 $z^3 = i$ 的根？

- (A) $-i$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

9 求 $\int_{|z|=2} \frac{z^3 + 2z - 5}{z - 1} dz = ?$

- (A) $4\pi i$ (B) $-2\pi i$ (C) $2\pi i$ (D) $-4\pi i$

10 試求微分方程式 $y''' + 3y'' - y' - 3y = 0$ 之解，選項中 k_1, k_2, k_3 為任意實數：

- (A) $y = k_1 e^{-3t} + k_2 e^{-t} + k_3 e^t$ (B) $y = k_1 e^{3t} + k_2 e^{-t} + k_3 e^t$
(C) $y = k_1 e^{-3t} + k_2 e^{-t} + k_3 e^{3t}$ (D) $y = k_1 e^{3t} + k_2 e^{-2t} + k_3 e^{2t}$

11 z 為複數， $|z - 3 + 7i| = 4$ 在複數平面解的集合圖形為何？

- (A) 一個點 (B) 一條直線 (C) 一個圓 (D) 空集合

12 求微分方程式 $y'' + 0.5y' - 0.5y = e^x + \sin(x) + 3\cos(x)$ ， $y(0) = 0$ ， $y'(0) = 1.5$ 之解，其中

$$y' = \frac{dy}{dx}, \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} :$$

- (A) $y = e^{x/2} + e^x - 2\cos(x)$ (B) $y = 3e^{x/2} - 3\cos(x)$
(C) $y = e^{-x} \cos(x) - 1$ (D) $y = e^{x/2} - e^x + 2\sin(x)$

13 下列何者為函數 $f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t < 2\pi \\ 2 + \cos t, & t \geq 2\pi \end{cases}$ 之拉普拉斯轉換 (Laplace Transform) ？

- (A) $\left(\frac{2}{s} + \frac{s-1}{s^2+1}\right)e^{-2\pi s}$ (B) $\frac{2}{s} + \frac{s-1}{s^2+1} + \frac{1}{s^2+1}e^{-2\pi s}$
(C) $\frac{1}{s^2+1} + \left(\frac{2}{s} + \frac{s-1}{s^2+1}\right)e^{-2\pi s}$ (D) $\frac{2}{s} + \frac{s-1}{s^2+1}e^{-2\pi s}$

14 令 $f(x) = x - ix^2$ ， $1 \leq x \leq 2$ ，則 $\int_1^2 f(x) dx = ?$

- (A) $\frac{3}{2} - \frac{7}{3}i$ (B) $\frac{3}{2} + \frac{7}{3}i$ (C) $-\frac{3}{2} - \frac{7}{3}i$ (D) $-\frac{3}{2} + \frac{7}{3}i$

15 若 $y(x) = a - x^2 - \frac{x^4}{3} - \frac{x^6}{5} - \frac{x^8}{7} - \dots$ 為方程式 $(1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$ 的解，其中 $y' = \frac{dy}{dx}$ ， $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ ，

試問 a 值為何？

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

16 設 $f(t) = \sin(2t)$ ，求 $\int_0^t f(\tau)d\tau$ 之拉普拉斯轉換？

- (A) $\frac{2}{s^2(s^2+4)}$ (B) $\frac{2}{s(s^2+2)}$ (C) $\frac{2}{(s^2+4)}$ (D) $\frac{2}{s(s^2+4)}$

17 函數 $f(x) = x^2$ ， $-\pi < x < \pi$ 的傅立葉級數為 $f(x) = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$ ，求

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots = ?$$

- (A) $\frac{\pi^2}{8}$ (B) $\frac{\pi^2}{6}$ (C) $\frac{\pi^2}{4}$ (D) $\frac{\pi^2}{2}$

18 設一連續隨機變數 X 具有機率密度函數 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，求其變異數 (variance)？

- (A) 1/18 (B) 1/36 (C) 3/18 (D) 5/36

19 設一隨機變數 X 具有機率密度函數 $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ；試問一個隨機變數 $Y = X^2$ ，其機

率密度函數 $g(y)$ 為何？

(A) $g(y) = \frac{1}{\sqrt{y}} - 1, \quad 0 < y < 1$ (B) $g(y) = 1 + \frac{1}{\sqrt{y}}, \quad 0 < y < 1$

(C) $g(y) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - 1\right), \quad 0 < y < 1$ (D) $g(y) = \frac{2}{\sqrt{y}} + 1, \quad 0 < y < 1$

20 設隨機變數 (random variable) X 和 Y 的聯合機率密度函數 (joint probability density function) 為

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x(y+1.5), & 0 < x < 1 \text{ and } 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
。則期望值 $E[XY]$ 為何？

- (A) 1/9 (B) 17/24 (C) 13/36 (D) 13/24

測驗式試題標準答案

考試名稱：108年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試

類科名稱：電子組(選試英文)

科目名稱：工程數學(試題代號：6604)

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	D	A	B	B	D	C	C	D	A

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	A	C	A	B	D	A	A	A	C

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：