

類 科：地震測報  
科 目：地球物理數學概要  
考試時間：1小時30分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

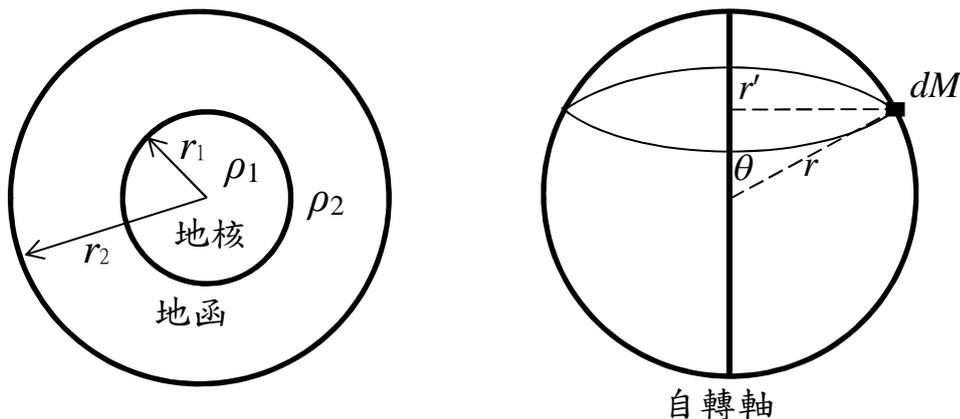
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、地球從內而外，由地核、地函與地殼組成。由於地殼的厚度遠小於地核與地函的厚度，下列對地球的計算僅考量地核與地函，且假設地核與地球皆為圓球體。若地核的半徑與密度分別為  $r_1$  與  $\rho_1$ ，地函的最大半徑與密度分別為  $r_2$  與  $\rho_2$ ，(如下圖所示)

(一)繪製圖形顯示質量微分  $dM = 2\pi \rho(r)r^2 \sin\theta d\theta dr$ ，其中  $\rho(r)$  為密度， $r$  為半徑， $\theta$  為質點徑向與地球自轉軸的夾角。(5分)

(二)以積分決定地球的質量  $M$ 。(5分)

(三)以積分決定地球的轉動慣量或慣性矩 (moment of inertia)  $I = \int r'^2 dM$ ，其中  $r'$  為質點 ( $dM$ ) 到地球自轉軸的距離。(15分)



二、熱方程式  $u_t(x, t) = \alpha u_{xx}(x, t)$ ，其中  $\alpha$  為熱擴散係數，且為定值。若此熱方程式邊界條件為  $u(0, t) = 0$ ； $u(L, t) = 0$  與初始條件為  $u(x, 0) = f(x)$ ，求解  $u(x, t)$ 。(25分)

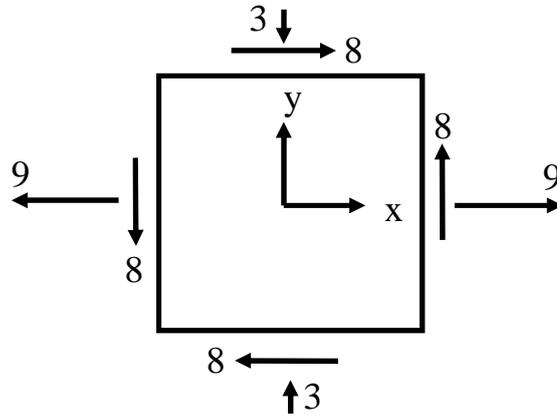
三、若地溫分布為  $T(x, y, z) = e^{2z}(\sin x + \cos y)$ ，在原點  $(0, 0, 0)$  地熱溫度變化最快的方向與變化率為何？(15分)

四、沿著  $x$  軸的張應力為 9，沿著  $y$  軸的壓應力為 3，其垂直  $x$  軸與  $y$  軸橫切面的剪切應力為 8（如下圖所示）。

(一)此應力張量矩陣為何？（5 分）

(二) $x$  軸旋轉的角度為何，其橫切面的剪切應力將變為零？（10 分）

(三)當剪切應力為零時，其垂直應力（張應力或壓應力）為何？（10 分）



五、複數  $A = (1 + \sqrt{3}i)/2$ ，若行列式  $\begin{bmatrix} x + A^2 & A^2 \\ A & x + A \end{bmatrix} = 0$ ，則未知數  $x$  為何？（10 分）