

類 科：地震測報
科 目：地球物理數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、若海嘯動能 $MV^2/2 = \rho A h V^2/2$ ，其中 ρ ：海水密度， A ：海水截面積， h ：水深， V ：海嘯傳送速度。若重力波作功 $\int_0^h m(z)gdz = \rho A g \int_0^h z dz$ 引發海嘯，其中 g ：重力加速度。海嘯傳送速度為何？（10分）

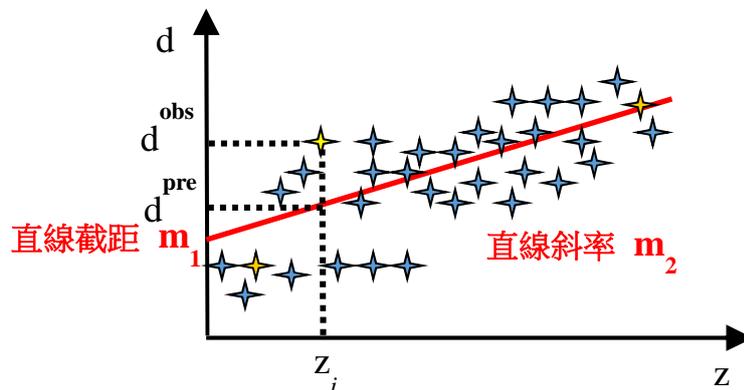
二、以分離變數法求解下列的程函方程式（Eikonal Equation）。（20分）

$$\left[\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} \right]^2 + \left[\frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \right]^2 = \frac{1}{V^2(x, y, z)}$$

可設定 $T(x, y, z) = T_x(x) + T_y(y) + T_z(z)$ ， $\frac{1}{v^2(x, y, z)} = \varepsilon_x(x) + \varepsilon_y(y) + \varepsilon_z(z)$

三、直線方程式 $d_i = m_1 + m_2 z_i$ ，其中 m_1 ：直線截距， m_2 ：直線斜率。

若 d_i^{obs} 為觀測值，則其誤差平方的總和為 $E = \sum_{i=1}^N (d_i^{\text{obs}} - m_1 - m_2 z_i)^2$ ，其中 N 為觀測值的總數。使用誤差平方總和最小化，以計算直線截距 (m_1) 與直線斜率 (m_2)。（20分）



四、在 x, y, z 平面的垂直應力與剪切應力皆對稱，且為

$$\sigma_{xx} = 2 \text{ psi}, \sigma_{yy} = 2 \text{ psi}, \sigma_{zz} = 1 \text{ psi}$$

$$\sigma_{xy} = -1 \text{ psi}, \sigma_{yz} = 0 \text{ psi}, \sigma_{zx} = 0 \text{ psi}$$

(一)以 3×3 矩陣呈現上述垂直應力與剪切應力。(5分)

(二)從上述 3×3 矩陣的特徵值，得到垂直應力與剪切應力的主應力。(5分)

(三)從上述垂直應力與剪切應力的正規化特徵向量，得到主應力的旋轉矩陣。(10分)

五、若取樣時間間隔為 1，則時間序列 $a = (1, 0.6, -0.4, 0.2, -0.1)$ 與 $b = (1, -0.2)$ 的摺積 (Convolution) 為何？(15分)

$$\text{離散式摺積 } C_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot b_{i-k} \Delta t = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot b_{i-k}, \Delta t = 1$$

六、離散的時間序列 $S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix}$ 為複數，且其中 n 為此時間序列的取樣數目。

(一)若時間序列 S 的振幅為 $\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix}$ ，且其相位為 $\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix}$ ，則 S 為何？(5分)

(二)若新時間序列 S' 為逆時鐘旋轉 (旋轉角度為 ϕ) 原時間序列 S 所形成，則 S' 為何？時間序列 S' 與 S 的關係式為何？(5分)

(三)若原時間序列 S 逆時鐘旋轉的角度為 $\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix}$ ，則 S' 為何？(5分)