

類 科：地震測報  
科 目：時序分析  
考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、若時間序列  $h(t)$  的傅立葉轉換 (Fourier Transform) 為  $H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft} dt$ ，其中  $t$  是時間， $f$  是頻率， $j$  是虛數 ( $=\sqrt{-1}$ )，請回答下列問題：
- (一)請寫出其逆傅立葉轉換 (Inverse Fourier Transform) 的型式。(3分)
  - (二)請寫出其離散傅立葉轉換 (Discrete Fourier Transform) 的型式 (假設時間取樣為  $T$ ， $N$  個資料點數， $n$  表示第  $n$  個頻率資料點， $k$  表示第  $k$  個時間資料點)。(4分)
  - (三)若  $h(t)$  是一純虛數 (pure imaginary) 時間序列，請證明其傅立葉轉換後，在頻率域的實部 (Real part) 是奇函數 (odd function)，而虛部 (Imaginary part) 是偶函數 (even function)。(8分)
  - (四)若在頻率域 (frequency domain) 將訊號移動一個線性相位 (Linear phase；頻率與相位成正比)，待其逆轉回時間域 (time domain) 時，此時間序列會有何變化？(5分)
- 二、有三個時間序列  $x(t)$ 、 $y(t)$  和  $o(t)$ ，有  $x(t)*y(t)=o(t)$  的關係，其中符號 "\*" 表示摺積 (convolution)，以符號 " $\otimes$ " 表示相關運算 (correlations)，請回答下列問題：
- (一)請寫出  $x(t)$  與  $y(t)$  的摺積數學積分型式。(3分)
  - (二)承(一)，並說明此積分的意義。(可繪圖輔助說明)(7分)
  - (三)從  $x(t)$  和  $o(t)$  求  $y(t)$  或從  $y(t)$  和  $o(t)$  求  $x(t)$ ，稱為反摺積 (deconvolution)，地震學上，經常利用反摺積來去除地震儀器響應 (instrumental response)、反演震源時間函數 (source time function)、推導接收函數 (receiver function) 等等。請從頻率域說明如何進行反摺積以求得  $y(t)$ ？請問這樣的作法會造成何種問題？該如何解決？(10分)
  - (四)在離散下，若  $x(t)=(2, 1, 3, 6, 4, 2, 2)$  和  $o(t)=(2, 5, 7, 23, 24, 31, 40, 26, 12, 10)$ ，假設等間隔時間取樣為 1，第一點為時間 0，時間序列往右為時間增加，求  $y(t)=?$  (請寫出計算過程)(5分)
  - (五)請證明  $a(t)*b(t)=a(-t)\otimes b(t)$ 。(5分)

- 三、請回答下列有關波形取樣 (waveform sampling) 及資料處理的問題：
- (一)一時間域的取樣函數 (sampling function) 為一連續脈衝函數的組合，表示為  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$ ， $T$  為取樣時間， $n$  為整數，請證明其傅立葉轉換後為  $X(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{T})$ 。(10 分)
- (二)當一帶寬限制 (band-limited) 的連續時間函數  $h(t)$  經過波形取樣，其離散傅立葉轉換後會產生那些現象？請說明。(可繪圖輔助說明)(10 分)
- (三)在地震研究中，有時為了分析的需求，經常對原始地震波形降採樣 (down-sampling)，若採用內插方式 (interpolation) 來降採樣，此時有一時間取樣為 0.01 秒的資料需降採樣至 0.1 秒時，請問會產生何種問題？該如何處理？(5 分)

- 四、表面波 (surface wave) 是地震研究的重要震波之一，要計算表面波的群速 (group velocity) 經常利用高斯濾波器 (Gaussian filter) 來進行時頻分析 (Time-Frequency analysis)，請回答下列問題：
- (一)何謂時頻分析？(3 分)
- (二)請寫出高斯濾波器在時間域和頻率域的一般表示式。(4 分)
- (三)如何利用高斯濾波器進行時頻分析以求得表面波的群速？(8 分)
- (四)下圖是以某一中心頻率濾波後所得到頻率域的實部及虛部，請問該如何安排此實部及虛部，使其能正確逆轉換回到時間域？(可繪圖輔助說明)(5 分)
- (五)承(四)，若此頻譜為位移譜，請問在頻率域該如何處理，使其逆轉換回到時間域後變為速度紀錄？(5 分)

