

113年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：經建行政、農業行政
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

三個統計分配的右尾機率表：

(一)標準常態分配 Z 的右尾機率表：

	$P(Z > z_\alpha) = \alpha$				
α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
z_α	1.282	1.645	1.96	2.326	2.576

(二) t 分配與 χ^2 分配的右尾機率表：

$P(t > t_{\text{自由度}, \alpha}) = \alpha$			$P(\chi^2 > \chi^2_{\text{自由度}, \alpha}) = \alpha$		
自由度	$t_{\text{自由度}, 0.025}$	$t_{\text{自由度}, 0.05}$	自由度	$\chi^2_{\text{自由度}, 0.025}$	$\chi^2_{\text{自由度}, 0.05}$
4	2.776	2.132	1	5.0239	3.8415
5	2.571	2.015	2	7.3778	5.9915
6	2.447	1.943	3	9.3484	7.8147
10	2.228	1.812	4	11.1433	9.4877
11	2.201	1.796	5	12.8325	11.0705
12	2.179	1.782	6	14.4494	12.5916

一、有一位理財規劃專員為客戶規劃了一個投資組合，其設計為 0.7 的比例投資 A 公司股票，0.3 的比例投資 B 公司股票。由歷年資料計算得知投資 A 報酬率的平均數為 12%，標準差為 15%；投資 B 報酬率的平均數為 5%，標準差為 8%。回答問題(一)至(四)，寫出計算過程且四捨五入至小數點後第 4 位。

(一)這個投資組合報酬率的平均數為多少？(4 分)

(二)若投資 A 和投資 B 報酬率之間的相关係數為 -0.3，則這個投資組合的報酬率離平均數的 1 個正、負標準差的上、下限數值各是多少？(10 分)

(三)若問題(二)得到的下限數值為不低於 -0.05，理專就會建議客戶可以考慮採納此投資組合，理專是根據什麼理由採取這種建議？(5 分)

(四)為評估資金「全部投資 A」,或「全部投資 B」,或「採取 0.7 的比例投資 A 以及 0.3 的比例投資 B 的投資組合」三種策略的風險,請計算此三種策略的變異係數。(6 分)

二、若已知簡單線性迴歸模型為

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$, 假設 ε_i 為相互獨立且具有共同分配 $N(0, \sigma^2)$ 。令 y_i 的最小平方估計值為 $\hat{y}_i = a + bx_i$, 回答以下問題:

(一)令 $u_i = y_i - \bar{y}$, $v_i = x_i - \bar{x}$, 及此變數變換後之 u_i 的最小平方估計值為 $\hat{u}_i = c + dv_i$, 其中 \bar{x} 和 \bar{y} 分別表示 n 個 x_i 和 n 個 y_i 的樣本平均數。請推導出 c 和 d 。(5 分)

(二)令 $z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y}$, $w_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}$, 及此變數變換後之 z_i 的最小平方估計值為 $\hat{z}_i = g + hw_i$, 其中 s_x 和 s_y 分別表示 n 個 x_i 和 y_i 的樣本標準差。請推導出 g 和 h 。(5 分)

(三)已知 x_i 的資料結構可以分成二部分, 其中第一個部分的 n_1 個資料點的數值皆為 1, 即 $x_i = 1, i = 1, 2, \dots, n_1$; 第二個部分的 n_2 個資料點的數值皆為 0, 即 $x_i = 0, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n, n = n_1 + n_2$ 。請推導出 a 和 b 。(10 分)

三、有一個手機廠商準備推出一款新式樣的手機 A, 為了解市場接受程度, 進行以下所述的顧客偏好度調查: 隨機選取 100 位女性及 100 位男性, 對二組內的每一個人給予他們一款 A 式樣手機和一款競爭廠商的 B 式樣手機, 詢問他們偏好那一款手機; 結果顯示女性有 85 位偏好 A 式樣, 男性有 75 位偏好 A 式樣。以 p_1 表示女性群體對 A 手機的偏好度, p_2 表示男性群體對 A 手機的偏好度, 在顯著水準為 0.05 下, 回答以下問題:

(一)由二項分配觀點出發, 在可以引用中央極限定理之下, 以檢定統計量 Z 檢定女性和男性對 A 式樣手機的偏好度有無差異。(8 分)

(二)由列聯表分析觀點出發, 以卡方檢定統計量檢定「女性組內之 A 與非 A 的比例」與「男性組內之 A 與非 A 的比例」有無差異。(8 分)

(三)題(二)之卡方檢定屬於「適合度檢定」、「齊一性檢定」、或「獨立性檢定」中之何種檢定, 說明你的看法。(4 分)

四、為瞭解大學畢業生投入 A 產業與 B 產業的起始月薪是否有顯著差異，有一家市場調查公司自二個產業的新進人員母體中隨機抽取了以下樣本數為 6 的 A、B 二組起始月薪樣本資料（單位：千元）：

A 產業	29	31	32	32	33	35
B 產業	32	33	34	35	41	41

假設二母體資料分配都是常態分配且二分配的變異數相等，根據這個假設，回答以下四個子問題：

- (一) 計算出虛無假設：「二母體資料的平均數沒有差異」下的 t 檢定統計量的估計值，計算過程必須列出。(10 分)
- (二) 利用單因子變異數分析方法再次檢定「二母體資料的平均數是否有差異」，計算出變異數分析 (ANOVA) 表中的每一個數值即可，計算過程必須列出。(10 分)
- (三) 令 Z 表示標準常態分配，U 表示自由度 n 的卡方分配，W 表示自由度 m 的卡方分配，且 Z、U、W 三者彼此相互獨立。寫出檢定統計量 t 與 F 的定義，並根據這二個定義寫出這二個檢定統計量的關係表達式。(10 分)
- (四) 利用題(三)的結果及所附三個統計分配的右尾機率表，在顯著水準 5% 之下，寫出題(二)中利用單因子變異數分析方法檢定「二母體資料的平均數是否有差異」的拒絕域及結論。(5 分)