

114年特種考試地方政府公務人員及
離島地區公務人員考試試題

考試別：地方政府公務人員考試

等別：三等考試

類科：電信工程

科目：通信與系統

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、給定系統之輸入與輸出訊號關係如下，回答下列問題：

$$y(t) = \int_{t-2}^{t+2} x(\tau) d\tau$$

(一)請問此系統是否為線性 (linear) 及非時變 (Time-Invariant)？請詳述或證明之。(10分)

(二)若 $x(t) = u(t+3) - u(t-3)$ ，其中 $u(t)$ 為單位步階函數 (unit step function)，計算輸出訊號 $y(t)$ 之傅立葉轉換。(10分)

二、頻率調變 (Frequency modulation, FM) 訊號的解調可透過鑒頻器 (Frequency Discriminator) 達成，鑒頻器包括了斜率電路 (Slope Circuit) 及包絡檢波器 (Envelope Detector)。斜率電路 (Slope Circuit) 的頻率響應如下：

$$H(f) = \begin{cases} j2\pi(f - f_c + \frac{B_T}{2}), & f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ j2\pi(f + f_c - \frac{B_T}{2}), & -f_c - \frac{B_T}{2} \leq f \leq -f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

其中 f_c 為載波頻率及 B_T 為斜率電路運作頻寬，請回答下列問題：

(一)令 $h(t) = \text{Re}\{\tilde{h}(t) \exp(2\pi f_c t)\}$ 為斜率電路的脈衝響應，且 $\tilde{h}(t)$ 為 $h(t)$ 的低通等效 (Lowpass Equivalent) 響應，請畫出 $\tilde{h}(t)$ 之頻率響應 $\tilde{H}(f)$ 並寫出其數學表示式。(10分)

(二) 令 $s(t) = \text{Re}\{\tilde{s}(t) \exp(2\pi f_c t)\}$ 和 $y(t) = \text{Re}\{\tilde{y}(t) \exp(2\pi f_c t)\}$ 分別為斜率電路的帶通 (passband) 輸入及輸出訊號，而 $\tilde{s}(t)$ 和 $\tilde{y}(t)$ 分別為 $s(t)$ 和 $y(t)$ 的低通等效訊號，證明 $\tilde{s}(t)$ 和 $\tilde{y}(t)$ 的關係滿足下式：(10 分)

$$\tilde{y}(t) = \frac{d\tilde{s}(t)}{dt} + j\pi B_T \tilde{s}(t)$$

(三) 若 $s(t)$ 為 FM 訊號 $s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right]$

推導輸出訊號 $y(t)$ ，並說明訊息訊號 $m(t)$ 如何透過斜率電路和包絡檢波器解調。(10 分)

三、考慮二位元調變訊號 $s_1(t) = -s_2(t)$ ，能量均為 E_b ，假設兩訊號之傳送機率均等，且此訊號於可加性高斯白雜訊 (Additive White Gaussian Noise, AWGN) 通道中傳送，AWGN 之功率頻譜密度 (power spectral density, PSD) 為 $N_0/2$ 。

(一) 畫出此調變之星座圖，並依最佳決策準則繪出兩訊號之決策區間 (Decision Region)，以達到最低錯誤率。(10 分)

(二) 以 E_b 及 N_0 表示上述決策準則之位元錯誤率 (Bit error rate)。(10 分)

四、給定廣義平穩 (Wide-Sense Stationary, WSS) 隨機訊號 $X(t)$ 之自相關函數 (Auto-correlation Function)

$$R_X(\tau) = \begin{cases} \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4} \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right), & |\tau| < T \\ \frac{A^2}{4}, & |\tau| \geq T \end{cases}$$

(一) $X(t)$ 是否包含直流成分，請證明此答案。若答案為是，請計算出直流成分之振幅。(10 分)

(二) 計算此隨機訊號之功率頻譜密度 (power spectral density, PSD) 函數。(10 分)

(三) 若將此隨機訊號進行希伯特轉換 (Hilbert transform)，得到的輸出為

$$Y(t) = X(t) * \frac{1}{\pi t}, \text{ 求得為 } Y(t) \text{ 之功率頻譜密度函數。}(10 \text{ 分})$$