

代號：70440
70540
頁次：3-1

109年公務人員特種考試警察人員、
一般警察人員考試及109年特種考試
交通事業鐵路人員考試試題

考試別：鐵路人員考試
等別：高員三級考試
類科別：電力工程、電子工程
科目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：可以使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

- (一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。
(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、利用 Laplace Transform 解下列微分方程式，其中方程式的等號右邊為一具有時間延遲的一個單位脈衝 (unit impulse) 輸入，求 $y(t)$ 。

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 2y = \delta(t-1); \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0 \quad (10 \text{ 分})$$

二、試求 $\oint_{c:|z|=2} \frac{z}{1+z^2}$ ，其中 c 代表圍線積分的路徑為逆時鐘方向。(10分)

三、 $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ ，若 $-\pi < x < \pi$ 且 $f(x+2\pi) = f(x)$ 求此函數之傅立葉級數 (Fourier Series)。(15分)

四、若 $f(x) = x^7 - 2x^2 + x - 2I$ ， $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$ ， I 為單位矩陣，求 $f(A) = ?$
(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：4704

- (一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。
(二)共 20 題，每題 2.5 分，須用 2B 鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 設向量 $\mathbf{u} = (3, -2, -5)$ ， $\mathbf{v} = (1, 4, -4)$ ， $\mathbf{w} = (0, 3, 2)$ ，則 $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ 之值為何？其中運算元 \times 表示為外積 (cross product)， $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ 則表示為 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的內積 (inner product)。

(A) 49

(B) 56

(C) 84

(D) 92

2 已知 \mathbf{u}, \mathbf{v} 為向量空間 (vector space) \mathbf{V} 中的兩個非零向量 (nonzero vector)，下列敘述何者不恆真？

(A) 若 \mathbf{u}, \mathbf{v} 為正交 (orthogonal)，則 $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 \leq \|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2$

(B) $|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle| \leq \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|$

(C) $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| \leq \|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|$

(D) 若 \mathbf{u}, \mathbf{v} 的夾角為 θ ，則 $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle \leq \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \sin \theta$

3 令 \mathbf{A}, \mathbf{B} 均為 n 階方陣，則下列何者恆成立？

(A) $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$

(B) $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{A}^T \mathbf{B}^T$

(C) $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{BA})$

(D) $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$

4 下列方陣 \mathbf{A} ，何者存在矩陣 \mathbf{P} 滿足 $\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{I}$ ，且 $\mathbf{P}^T \mathbf{A} \mathbf{P}$ 為對角矩陣？

(A) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

(B) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(D) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

5 下列何者非與矩陣 $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 互為相似矩陣 (similar matrices)？

(A) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -3 & 10 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

6 假設函數 $F(s) = \ln \frac{s^2 + 1}{(s-1)^2}$ 的逆拉氏轉換 (inverse Laplace transform) 為 $f(t) = \frac{1}{t}(a \cos t + b \sin t)$ ，其

中 a, b 是常數，求 $a+b=?$

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 2

7 計算複數函數 $f(z) = (1+i)^{1-i}$ 為：

(A) $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) \right]$

(B) $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) \right]$

(C) $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) \right]$

(D) $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}\right) \right]$

8 給定一複數函數為 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$ ，假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z-1|=1$ 之路徑，則線積分

$\int_C f(z) dz = ?$

(A) 0

(B) πi

(C) $2\pi i$

(D) $3\pi i$

9 求 $f(z) = \frac{2iz - \cos(z)}{z^3 + z}$ 在 $z = -i$ 的殘餘值 (residue) 為：

(A) 0

(B) $1 + \frac{1}{2} \cos(i)$

(C) $-1 + \frac{1}{2} \cos(i)$

(D) $-1 - \frac{1}{2} \cos(i)$

10 求解積分方程式 $y(t) = t + \int_0^t y(\tau) \sin(t-\tau) d\tau$ 為：

(A) $y(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t$

(B) $y(t) = \frac{1}{6}t^3$

(C) $y(t) = \frac{1}{6}t^3 + t$

(D) $y(t) = \frac{1}{3}t^3 + t$

- 11 下列何者不是 $y(x)$ 的線性 (linear) 微分方程式? (其中 $y' = \frac{dy}{dx}$)
- (A) $x^3 y' + 3x^2 y = \frac{1}{x}$ (B) $x^2 y' + 2xy = \sinh 5x$ (C) $y' = 1 + y^2$ (D) $xy' = 2y + x^3 e^x$
- 12 下列那一個函數組合可構成微分方程式 $y^{(4)} - y = 0$ 的解之基底 (basis of solutions)? (其中 $y^{(4)} \equiv \frac{d^4 y}{dx^4}$)
- (A) $\cos x, \sin x, x, x^{-1}$ (B) e^x, e^{-x}, x, x^{-1}
(C) $e^x, e^{-x}, \cosh x, \sinh x$ (D) $\cos x, \sin x, \cosh x, \sinh x$
- 13 試問微分方程式 $3y' = 5x^3 - \frac{3y}{x}, x > 0$ 的解為何?
- (A) $y = \left(\frac{1}{3}\right)x^4 + \frac{c}{3x}$ (B) $y = \left(\frac{1}{3}\right)x^4 - \frac{c}{3x}$ (C) $y = \left(\frac{1}{3}\right)x^3 + \frac{c}{3x}$ (D) $y = \left(\frac{1}{3}\right)x^2 - \frac{c}{3x}$
- 14 假設微分方程式 $y'' + xy' - 2y = e^{5x}$; 其中 $y(0) = 2$ 且 $y'(0) = 1$, 若 $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 為此微分方程式之級數解, 求 a_4 的值為何?
- (A) $\frac{11}{12}$ (B) $\frac{13}{12}$ (C) $\frac{25}{24}$ (D) $\frac{29}{24}$
- 15 函數 $f(t)$ 之拉氏轉換 (Laplace transform) 為 $L\{f(t)\}$, 令 $L\{f(t)\} = \frac{-1}{(s-1)(s-2)}$, 則 $f(t)$ 可能為何?
- (A) $e^t + e^{2t}$ (B) $-e^t - e^{2t}$ (C) $-e^t + e^{2t}$ (D) $e^t - e^{2t}$
- 16 求 $f(t) = |\sin(t)|$ 之拉氏轉換式為:
- (A) $\frac{1 + e^{-\pi s}}{(s^2 + 1)(1 - e^{-\pi s})}$ (B) $\frac{1 + e^{-\pi s}}{(s^2 + 1)(1 + e^{-\pi s})}$ (C) $\frac{1 + e^{-\pi s}}{(s^2 - 1)(1 - e^{-\pi s})}$ (D) $\frac{1 - e^{-\pi s}}{(s^2 + 1)(1 - e^{-\pi s})}$
- 17 已知函數 $f(t)$ 的傅立葉轉換 (Fourier transform) 存在, 且其傅立葉轉換標記為 $F(\omega) = \mathfrak{F}\{f(t)\}$, 下列何者恆真?
- (A) 若 $f(t)$ 在 $t=4$ 為連續, 則 $f(4) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-4)dt$, 其中 $\delta(t)$ 為單位脈衝訊號 (unit impulse signal)
(B) $f(t-4)$ 的傅立葉轉換為 $e^{j4\omega} F(\omega)$
(C) $e^{j4t} f(t)$ 的傅立葉轉換為 $F(\omega + 4)$
(D) $e^{3t} f(t)$ 的傅立葉轉換為 $F(\omega - 3)$
- 18 從 72 的所有正因數中, 隨機選取一數, 此數值大於 15 的機率為何?
- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$
- 19 假設兩個隨機變數 (X, Y) , 其聯合機率分布 (joint probability distribution) 為 $f(x, y) = \frac{x+y}{30}$, 其中 $x = 0, 1, 2, 3; y = 0, 1, 2$, 試算出機率 $P(X > Y)$ 為何?
- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{17}{30}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{7}{10}$
- 20 隨機變數 X, Y 的聯合機率密度函數為 $f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x \leq y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 則 X 與 Y 之期望值分別為:
- (A) $8/15, 4/5$ (B) $8/15, 4/15$ (C) $4/5, 8/15$ (D) $4/15, 8/15$

測驗題標準答案更正

考試名稱：109年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員考試及109年特種考試交通事業鐵路人員考試

類科名稱：電力工程、電子工程

科目名稱：工程數學

單選題數：20題

單選每題配分：2.50分

複選題數：

複選每題配分：

標準答案：答案標註#者，表該題有更正答案，其更正內容詳見備註。

題號	第1題	第2題	第3題	第4題	第5題	第6題	第7題	第8題	第9題	第10題
答案	A	D	C	D	D	#	B	B	C	C

題號	第11題	第12題	第13題	第14題	第15題	第16題	第17題	第18題	第19題	第20題
答案	C	D	A	C	D	A	A	A	A	A

題號	第21題	第22題	第23題	第24題	第25題	第26題	第27題	第28題	第29題	第30題
答案										

題號	第31題	第32題	第33題	第34題	第35題	第36題	第37題	第38題	第39題	第40題
答案										

題號	第41題	第42題	第43題	第44題	第45題	第46題	第47題	第48題	第49題	第50題
答案										

題號	第51題	第52題	第53題	第54題	第55題	第56題	第57題	第58題	第59題	第60題
答案										

題號	第61題	第62題	第63題	第64題	第65題	第66題	第67題	第68題	第69題	第70題
答案										

題號	第71題	第72題	第73題	第74題	第75題	第76題	第77題	第78題	第79題	第80題
答案										

題號	第81題	第82題	第83題	第84題	第85題	第86題	第87題	第88題	第89題	第90題
答案										

題號	第91題	第92題	第93題	第94題	第95題	第96題	第97題	第98題	第99題	第100題
答案										

備註：第6題一律給分。